Estimatordesign og aktiv regulering av surge for sentrifugalkompressorer

Hovedoppgave

Bjørnar Bøhagen

Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet
INSTITUTT FOR TEKNISK KYBERNETIKK
TRONDHEIM
3. juni 2002

Sammendrag

Denne hovedoppgaven omhandler surgeregulering for sentrifugalkompressoren. Sentrifugalkompressoren analyseres i et Greitzersystem. Det har blitt sett på to reguleringsstrategier; regulering med tett koblet ventil og regulering med drivmoment.

For regulering med tett koblet ventil blir det benyttet resultater som viser til semiglobalt eksponentielt stabilt likevektspunkt for systemet. For regulering med drivmoment blir det benyttet resultater som viser til global eksponentiell konvergens til et område rundt likevektspunktet. Det vises at denne regulatoren gjør likevektspunktet globalt eksponentielt stabilt.

For hver av regulatorene er det utviklet en global eksponentiell stabil estimator for massestrømmen. Estimatorene benytter målinger av trykk og rotasjonshastighet for å estimere massestrømmen.

For hver av regulatorene er det vist stabilitet ved bruk av estimert massestrøm. Det er vist et separasjonsprinsipp for hver regulator, hvilket innebærer at regulatorene og estimatorene kan tunes uavhengig av hverandre. Det er også vist at de eksponentielle egenskapene beholdes selv om estimerte verdier benyttes.

Forord

Denne avhandlingen er en besvarelse av hovedoppgaven ved institutt for teknisk kybernetikk, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU). Min faglærer og veileder gjennom oppgaven har vært førsteamanuensis Jan Tommy Gravdahl.

Oppgaven er skrevet i LaTeX med editoren WinEdt. For simuleringer er Matlab og Simulink benyttet. Vedlagt følger en CD med alle filer som er benyttet for å generere dette dokument, samt filer som er benyttet for simulering.

Under arbeidet er det også skrevet en artikkel [1] i sammarbeid med veileder. Artikkelen finnes som vedlegg.

Jeg vil takke Jan tommy Gravdahl for fint sammarbeid under oppgaven.

Trondheim, den 3/6-2002

Bjørnar Bøhagen

Figurer

Innhold

Kapittel 1

Innledning

1.1 Innledning

Ferguson [6] definerte kompressorens funksjon som:

> Kompressorens funksjon er å øke trykket, av en spesifisert massestrøm av gass, med en forhåndsbestemt størrelse og med minst mulig tilført effekt.

1.2 Kompressorer

Det er vanlig å skille mellom kompressorer på bakgrunn av hvordan de oppnår kompresjon. Niesenfeld [17] delte kompressorer inn i fire grupper:

1. Stempelkompressor
2. Rotasjonkompressor
3. Sentrifugalkompressor
4. Aksialkompressor

Radialkompressor er også brukt om sentrifugalkompressoren. Turbokompressorer og kontinuerligstrømnings kompressorer blir brukt som samlebegrep om sentrifugal og aksial kompressorer.

Stempel- og rotasjons kompressorer benytter prinsippet om å redusere volumet av gass for å oppnå kompresjon. Turbokompressorers virkemåte er å akslerere hastigheten til mediet for deretter å konvertere den økte kinetiske energien for mediet til potensiell energi ved retardasjon av hastigheten. Prinsippet kan vises ut fra Bernoulis ligning for strømmende fluider

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{C_1^2}{2} + gz_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{C_2^2}{2} + gz_2$$

hvor p er trykk, ρ er mediets tetthet og C er hastighet. Indeksene $(\cdot)_1$ og $(\cdot)_2$ representerer henholdsvis tilstanden før og etter retardasjon av mediet. Fra ligningen kan det sees at p_2 må være større enn p_1, hvis hastigheten redusereres (antar at bidraget fra eventuell høydeforskjell kan neglisjeres). Dermed vil redukjson av hastighet for strømmende fluider medføre økning i trykk.

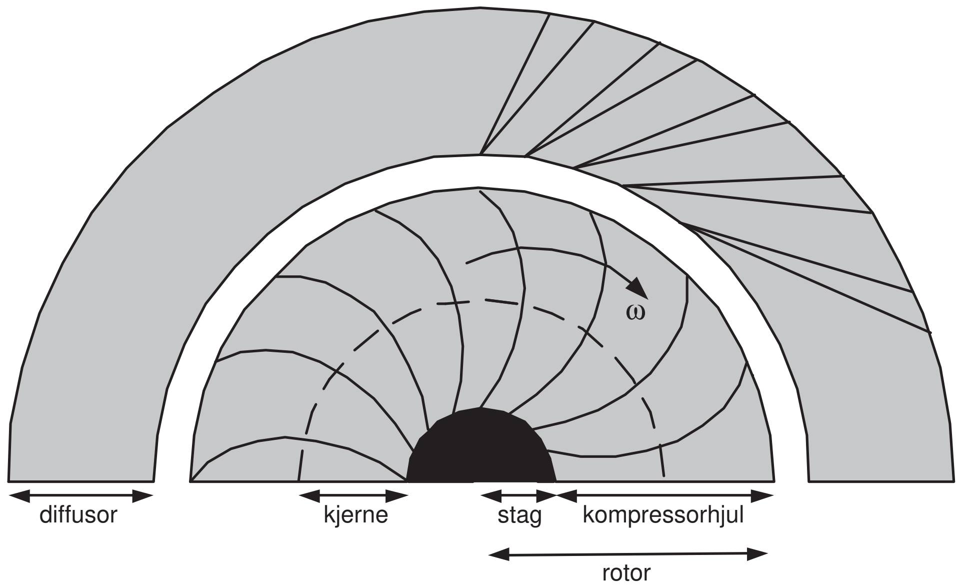
1.2.1 Sentrifugalkompressoren

Sentrifugalkompressoren består i hovedsak av tre deler; et roterende inngangsparti (kompressorhjulet), et parti med divergerende passasjer (diffusor) og et parti for oppsamling av massestrømmen ut fra de divergerende passasjene (volutt). Kompressoren blir tilført energi ved at en motor eller en annen drivenhet påtvinger en hastighet på kompressorhjulet. Både kompressorhjulet og diffusoren bidrar med trykkøkning.

Kompressorhjulet Kompressorhjulets hovedoppgave er å akslerere det strømmende mediet. Fluidet suges inn i kjernen av hjulet og blir slynget utover med økende hastighet ved hjelp av bladene på kompressorhjulet. Bladene kan enten være rette eller bakoverbøyde. Ifølge [3] øker det statiske trykket fra kjernen og utover til ytterkant av hjulet. Kompressorhjulet og akslingen, som forbinder kompressorhjulet til en motor eller annen drivkilde, betegnes rotor. Rotoren er den eneste komponenten i sentrifugalkompressoren som tilføres energi.

Diffusoren Diffusorens oppgave er å retardere hastigheten til det strømmende mediet. Reduksjonen av hastighet opnås ved at strømningen fra kompressorhjulet føres gjennom en eller flere divergerende kanaler. Det er vanskeligere å oppnå en effektiv retardasjon enn akslerasjon. Hvis divergensen av passasjene i diffusoren er for stor, vil noe av fluidet reflekteres ut fra veggen og reversere sin flyt i retning av trykkgradienten (mot tenkt/ønsket retning da trykket ved diffusorens utløp er høyere enn ved innløpet). Dette vil igjen føre til omforming til indre energi, hvilket vil resultere i redusert trykkøkning over kompressoren. På den annen side, hvis divergensen i diffusoren er lav, vil dette føre til en lang diffusor. En lang diffusor vil igjen føre til større friksjonstap, da det oppstår friksjonstap mellom det strømmende fluidet og passasjene i diffusoren.

Volutt Voluttens oppgave er å samle utstrømningene fra diffusoren og lede denne strømningen så effektivt som mulig til kompressorens utløp. Denne komponenten går også under betegnelsen spiralhuset, fra dens fysiske utforming.



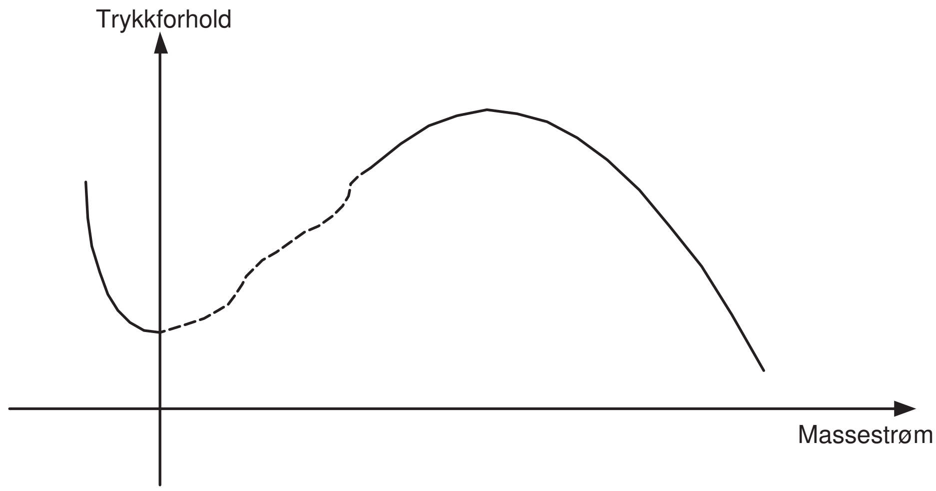
Figur 1.1: Illustrasjon av rotor og diffusor

Figur 1.1 illustrerer rotoren og diffusoren slik den strømmende fluiden møter kompressoren. Kompressorhjulet er her tegnet med bakoverbøyde blader og diffusoren har flere divergerende passasjer. Pilene viser radiusen av de forskjellige komponentene.

Kompressorens oppførsel/egenskap beskrives ofte med kompressorkarakteristikk. En typisk kompressorkarakteristikk eller kompressorkart består av en samling liggende s-formede linjer, hvor hver linje representerer en bestemt hastighet på rotoren. Kompressorkarakteristikken beskriver trykkforholdet over kompressoren som funksjon av massestrømmen gjennom den og hastigheten på rotoren . Figur 1.2 søker å illustrere en typisk kompressorkarakteristikk for en bestemt hastighet. Den stiplede delen av linjen antyder at til dette området er det forbundet usikkerhet med hensyn til hvordan det i virkeligheten er. Grunnen til at oppførselen i dette området ikke er helt kjent, skyldes at dette er et område hvor ustabilitet oppstår, og det er dermed vanskelig å oppnå gode måleresulteater her.

1.3 Stabilitet i kompresjonssystemer

Det stabile operasjonsområdet for turbokompressorer begrenser seg til å være mellom store og små massestrømmer. Ved massestrømmer opp mot lydhastigheten vil sonisk strupning



Figur 1.2: Kompressorkarakteristikk

oppstå, og ved lav massestrøm kan ustabilitetene surge og roterende stall oppstå. I denne avhandlingen vil ustabiliteten surge behandles. For rotating stall i sentrifugalkompressoren henvises leseren til [5], [4] og [23].

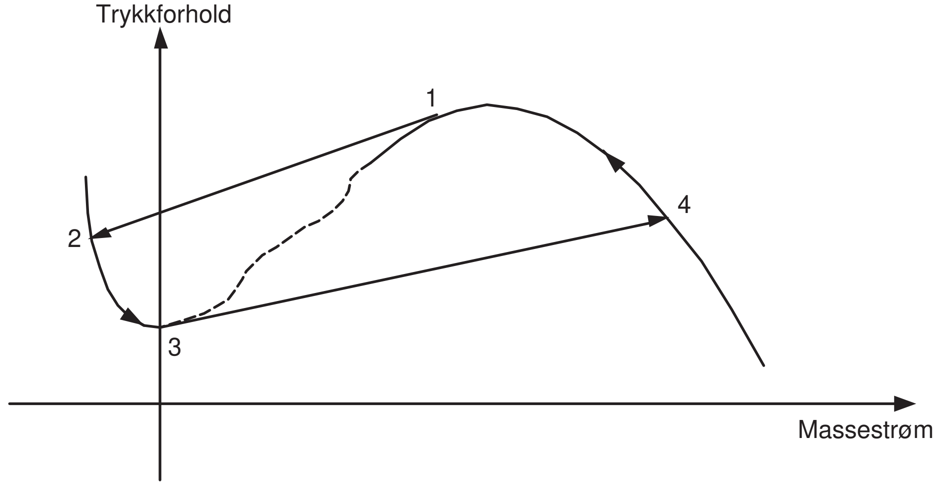
1.3.1 Surge

Surge er en ustabilitet kjennetegnet ved at massestrømmen gjennom kompressoren går inn i en grensesvingning. Denne ustabiliteten danner en grensesykel i kompressorkarakteristikken. Surge er i de fleste systemer uønsket, og kan i verste tilfelle føre til ødeleggelse av kompressoren. Surge kan også være belastende/ødeleggende for andre deler av systemet enn selve kompressoren, da hele systemet utsettes for stående svingninger i massestrømmen. Det er vanlig å skille mellom to typer surge:

1. Mild/klassisk surge
2. Dyp surge

Mild/klassisk surge innebærer oscillasjon i både trykket over kompressoren og massestrømmen gjennom den. Ved dyp surge er amplituden på de stående svingningene så store at reversert massestrøm oppstår i systemet.

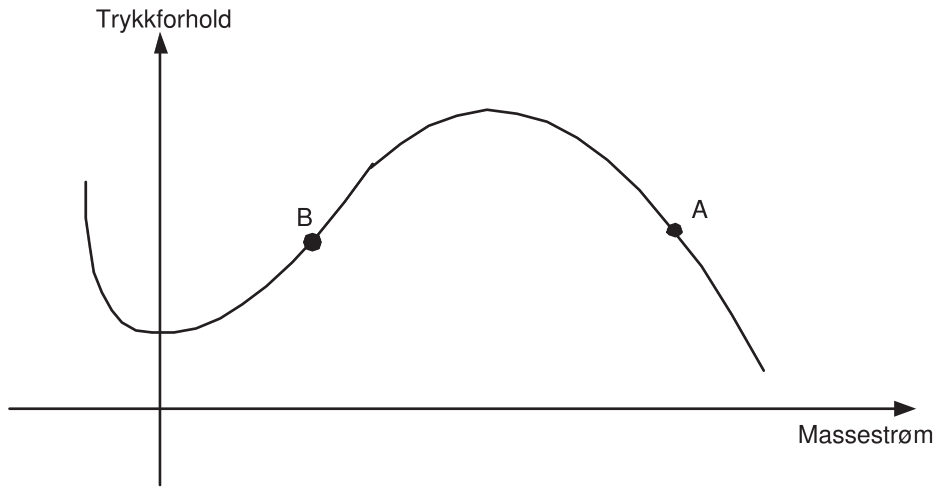
Et eksempel på dyp surge er illustrert i Figur 1.3. Syklen starter i punkt 1, som er et ustabilt punkt. Systemets tilstander ”hopper” til punkt 2, som representerer reverserende massestrøm. Fra dette punktet beveger tilstandene seg langs kompressorkarakteristikken



Figur 1.3: Illustrasjon av surge sykel

til punkt 3, hvor en har null massestrøm. Fra dette punktet gjør syklen igjen et "hopp", nå til punkt 4. Fra punkt 4 følger syklen kompressorkarakteristikken til punkt 1, og syklen starter på nytt.

Oppførselen og eksistens av ustabiliteten surge kan forklares ut fra Figur 1.4. Gitt et system hvor en kompressor jobber mellom to trykkreservoar. På kompressoren sitter en nedstrøms strupeventil. Anta at kompressoren jobber i likevektspunktet A på kompressorkarakteristikken. Om ventilen plutselig senker sin åpning, vil dette midlertidig redusere massestrømmen (ikke forbi toppunktet på karakteristikken) gjennom ventilen og kompressoren. Den reduserte massestrømmen vil igjen gi økt trykk over kompressoren og dermed et økt trykk over ventilen, som igjen øker massestrømmen gjennom ventilen og kompressoren. Systemet vil bevege seg mot likevektspunktet. Om ventilen plutselig øker sin åpning, vil dette midlertidig øke massestrømmen gjennom ventilen og kompressoren. Den økte massestrømmen vil føre til redusert trykkøkning over kompressoren, som gir redusert trykk over ventilen. Det reduserte trykket over ventilen vil føre til redusering av massestrømmen gjennom ventilen og kompressoren. Systemet vil bevege seg mot likevektspunktet. Anta nå at kompressoren jobber i likevektspunktet B på karakteristikken. Om ventilen plutselig senker sin åpning, vil dette midlertidig redusere massestrømmen (ikke forbi bunnpunktet på karakteristikk) gjennom ventilen og kompressoren. Den reduserte massestrømmen vil igjen gi redusert trykk over kompressoren og dermed et redusert trykk over ventilen, som igjen reduserer massestrømmen gjennom ventilen og kompressoren. Systemet vil bevege seg bort fra likevektspunktet. Om ventilen plutselig øker sin åpning, vil dette midlertidig øke massestrømmen gjennom ventilen og kompressoren. Den økte massestrømmen vil føre til større trykkøkning over kompressoren, som gir økt trykk over ventilen. Det økte trykket over ventilen vil igjen føre til økning av massestrømmen gjennom ventilen og kompressoren.



Figur 1.4: Stabile og ustabile områder

Systemet beveger seg bort fra likevektspunktet.

Fra eksemplet kan det sees at likevektspunkter hvor kompressorkarakteristikken har en negativ stigning, er stabile likevektspunkt. Likevektspunkt hvor kompressorkarakteristikken har en positiv stigning, er ustabile likevektspunkt. Disse stabilitetsegenskapene kan også påvises ved å linearisere systemet og betrakte egenverdiene. For å skille dette stabile og ustabile området benyttes en surge-linje. Surge linjen er definert som linjen som skiller positiv og negativ stigning i kompressorkarakteristikken. Fra denne definisjonen gjelder at området til venstre for surge linjen er ustabilt, mens området til høyre er stabilt. For en mer utdypende beskrivelse av surge og stabilitetsegenskaper henvises leseren til [12], [4] og [23].

For sentrifugalkompressoren er komponentene som kompressoren består av tett koblet, og det er den samlede virkemåten til de forskjellige delene som bestemmer ustabilitetene. Det er stor variasjon i litteraturen når det gjelder hvilke del som er den største bidragsyter til ustabiliteter.

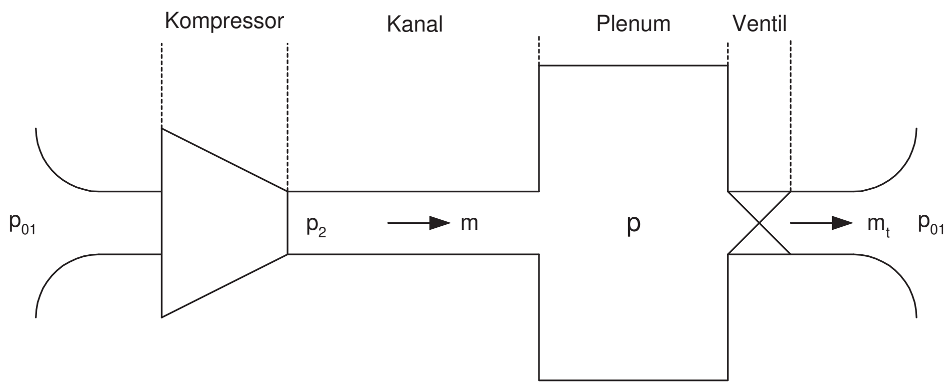
Resultater gjort i [13] og [20] viser at surge frekvensen (frekvensen på de stående svingningene) er av samme størrelsesorden som Helmholtzfrekvens for systemet. I [22] vises det imidlertid til resultater hvor frekvensen for dyp surge ligger godt under Helmholtzfrekvensen.

Kapittel 2

Modell

2.1 Innledning

Greitzers modell [11] er et klassisk resultat innen modellering av surge i kompressorer. Greitzermodellen er et grunnleggende kompresjonssystem bestående av en aksialkompressor, en kanal, et plenumsvolum og en strupeventil. Systemet er illustrert i Figur 2.1. I [13] ble det vist at modellen fra [11] også var gyldig for sentrifugalkompressorer. Modellen ble i [7] utvidet slik at dynamikken tilknyttet rotorens rotasjonshastigheten ble inkludert som tilstand. En lignende modell ble utviklet i [8], hvor energibasert analyse ble benyttet. I det følgende vil modellen fra [10] bli benyttet, som er en modell tilsvarende den i [8].



Figur 2.1: Kompresjonsystem

2.2 Modell

For helhetens skyld vil modellen fra [10] bli gjengitt her. Modellen ble utviklet ved å beregne massebalansen for beholderen, integrere den endimensjonale Euler ligningen over lengden av kanalen og beregne momentbalansen for rotoren. Den resulterende modellen ble

$$\dot{p} = \frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t) \tag{2.1}$$

$$\dot{m} = \frac{A_1}{L_c}(p_2 - p) \tag{2.2}$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J}(\tau_t - \tau_c), \tag{2.3}$$

hvor

p	trykk i beholder
p_2	trykk ved kompressorens utløp
m	massestrøm gjennom kompressor og kanal
ω	rotorens vinkelhastighet
m_t	massestrøm gjennom strupeventil
τ_t	drivmoment
τ_c	lastmoment
a_{01}	lydhastighet ved omgivelsesbetingelser
V_p	volum av plenum
A_1	areal av kompressorhjulets kjerne
L_c	lengde av kompressor og kanal
J	samlet treghet for rotor og drivkilde

Definisjon 2.1. *(Kompressorkarakteristikk)*

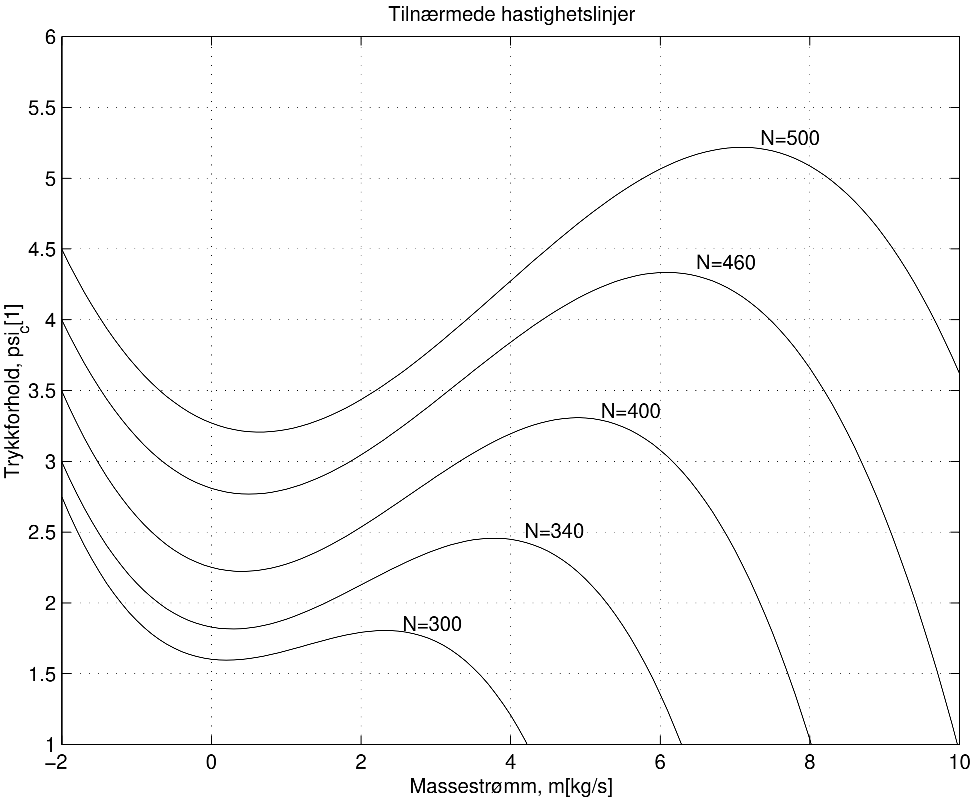
$$\psi_c(m, \omega) = \frac{p_2(m, \omega)}{p_{01}}$$

■

For notasjonens skyld vil $\psi_c(m, \omega)$ i det videre betegnes ψ_c. Ved hjelp av energibasert analyse utledes i [10] kompressorkarakteristikken, hvor det viser seg at den er avhengig av massestrømmen m og rotasjonshastigheten ω. I denne avhandlingen vil det imidlertid bli benyttet en kompressorkarakteristikk som er en basert på 3. ordens tilnærminger måleresultater. Denne tilnærmingen er anerkjent i litteraturen. Det er gjort flere målinger av massestrømmen ved konstante hastigheter, for å bestemme hastighetslinjene i kompressorkartet. For hver av hastighetslinjene er det gjort 3. ordens tilnærminger ved å benytte Matlab funksjonen `polyfit`, slik at kompressorkartet får hastighetslinjer som er kontinuerlige i m. Resultatet er vist under

$$
\begin{array}{lllllllll}
\psi(m,300) & = & 1.602 & - & 0.063m & + & 0.167m^2 & - & 0.044 \\
\psi(m,340) & = & 1.829 & - & 0.097m & + & 0.183m^2 & - & 0.030 \\
\psi(m,400) & = & 2.251 & - & 0.144m & + & 0.191m^2 & - & 0.024 \\
\psi(m,460) & = & 2.809 & - & 0.166m & + & 0.178m^2 & - & 0.018 \\
\psi(m,500) & = & 3.270 & - & 0.205m & + & 0.174m^2 & - & 0.015
\end{array}
$$

hvor hastigheten er opgitt i $N[omdr/sek]$. Disse linjene er vist i Figur 2.2.

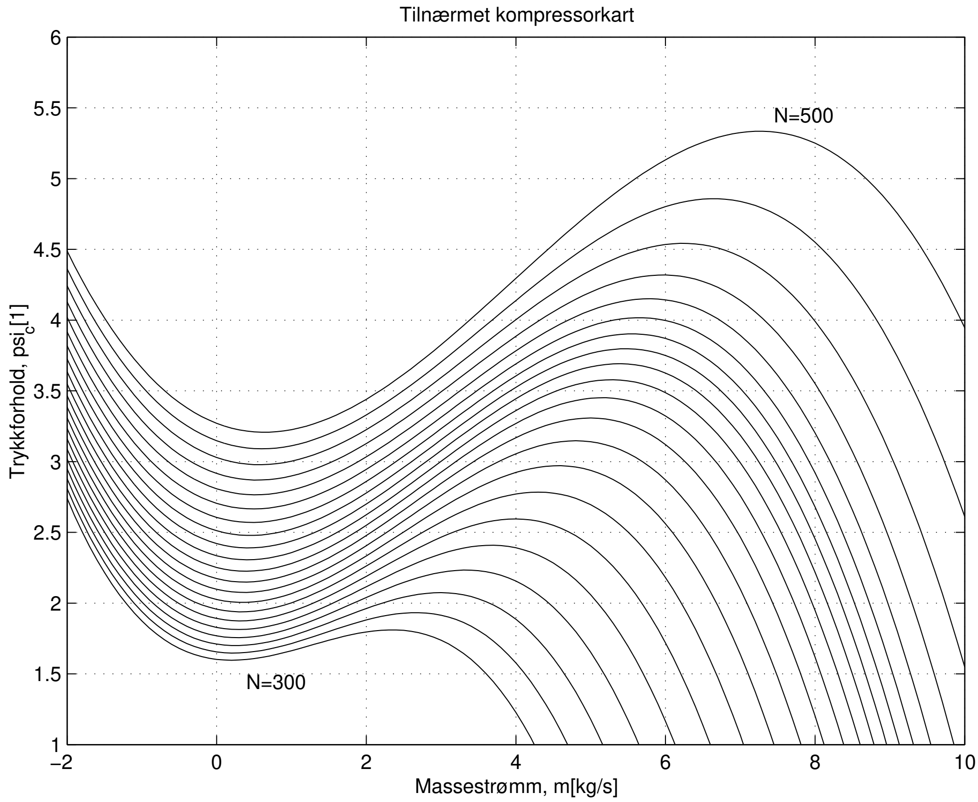


Figur 2.2: 3.ordens tilnærming av massestrømmen

Kompressorkarakteristikken er kontinuerlig i både m og ω, så for å kunne simulere systemet er det også nødvendig å gjøre den tilnærmede karakteristikken kontinuerlig i ω. Koeffisientene i resultatet over gjøres derfor om til funksjoner av rotasjonshastigheten. Det benyttes også her en 3. ordens tilnærming. Den tilnærmede karakteristikken blir da på formen

$$\psi_c(m, N) = c_0(N) + c_1(N)m + c_2(N)m^2 + c_3(N)m^3$$

hvor $c_i(N) = c_{i0} + c_{i1}N + c_{i2}N^2 + c_{i3}N^3$. Resultatet av tilnærmingen er vist i Figur 2.3. Denne viser tilnærmet kompressorkart for hastigheter fra $N = 300[omdr/sek]$ til $N = 500[omdr/sek]$ med en oppløsning på $N = 10[omdr/sek]$.



Figur 2.3: 3.ordens tilnærming av massestrømmen og rotasjonshastigheten

For massestrømmen gjennom strupeventilen benyttes

$$m_t = k_t\sqrt{p - p_{01}}, \tag{2.4}$$

hvor k_t er proporsjonal med ventilåpningen. Det kan sees at uttrykket for massestrømmen gjennom strupeventilen kun er gyldig for $p > p_{01}$. Lastmomentet fra kompressoren er gitt av

$$\tau_c = \sigma r_2^2 |m| \omega, \tag{2.5}$$

hvor $\sigma \in (0, 1)$ er slipfaktor og r_2 er radien av kompressorhjulet. Slipfaktoren skal kompansere for ikke ideelle forhold med hensyn på mediets hastiget og retning ved kompressorhjulets utløp. Slip faktoren er først og fremst avhengig av antall blader på rotoren, og det finnes flere metoder for å beregne den [9]. For en mer fyldig beskrivelse av slipfaktoren henvises leseren til [9] og [8].

Ved å benytte Definisjon 2.1, (2.4) og (2.5), kan modellen (2.1)-(2.3) skrives

$$\dot{p} = \frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t) \tag{2.6}$$
$$\dot{m} = \frac{A_1}{L_c}(\psi_c p_{01} - p) \tag{2.7}$$
$$\dot{\omega} = \frac{1}{J}(\tau_t - \tau_c), \tag{2.8}$$

hvor

$$m_t = k_t\sqrt{p - p_{01}}$$
$$\tau_c = \sigma r_2^2 |m|\omega.$$

Likevektspunkt betegnes $(\cdot)_0$. Det kan sees at likevektspunkt for modellen (2.6)-(2.8) er gitt av

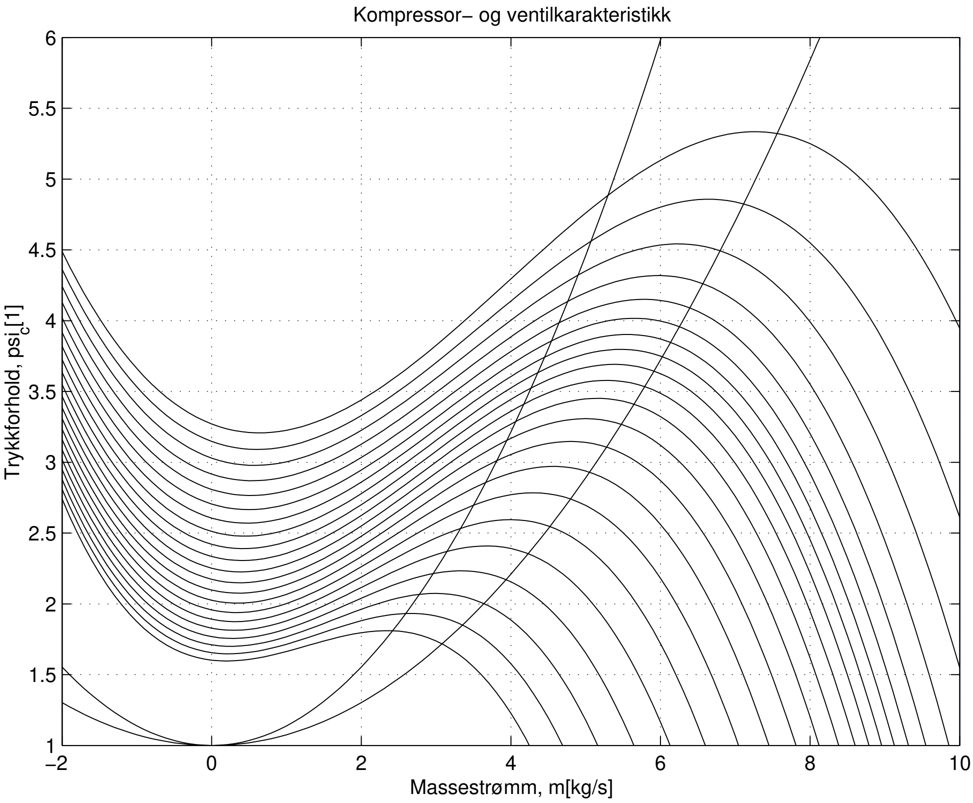
$$m_0 = m_{t0} = k_t\sqrt{p_0 - p_{01}} \tag{2.9}$$
$$\psi_{c0}(m_0, \omega_0)p_{01} = p_0 \tag{2.10}$$
$$\tau_{t0} = \tau_{c0} = \sigma r_2^2 |m_0|\omega_0 \tag{2.11}$$

For notasjonens skyld vil $\psi_{c0}(m_0, \omega_0)$ i det videre betegnes ψ_{c0}. Fra (2.9) og (2.10) kan det sees at

$$\begin{aligned} m_0 &= k_t\sqrt{p_0 - p_{01}} \\ &= k_t\sqrt{\psi_{c0}p_{01} - p_{01}} \\ \Rightarrow \psi_{c0} &= \left(\frac{m_0^2}{k_t^2} + p_{01}\right)\frac{1}{p_{01}} = \frac{m_0^2}{p_{01}k_t^2} + 1, \end{aligned}$$

hvilket gir mulighet for å tegne likevektspunkter i kompressorkarkartet.

I Figur 2.4 er det tegnet likevektspunkter for to forskjellige ventilåpninger (to forskjellige verdier på k_t). Det kan sees at likevektspunktene danner en kurve i kompressorkartet. Disse linjene betegnes ventilkarakteristikk. Likevektspunktet er gitt av skjæringspunktet mellom ventilkarakteristikken og kompressorkarakteristikken. Fra figuren kan det også sees at den ene ventilåpningen innebærer stabile likevektspunkt, mens den andre innebærer ustabile likevektspunkt. Dette fordi de ligger på hver sin side av surgelinjen.



Figur 2.4: Likevektspunkt for kompresjonssystem

Kapittel 3

Aktive surgeregulatorer for sentrifugalkompressoren

3.1 Innledning

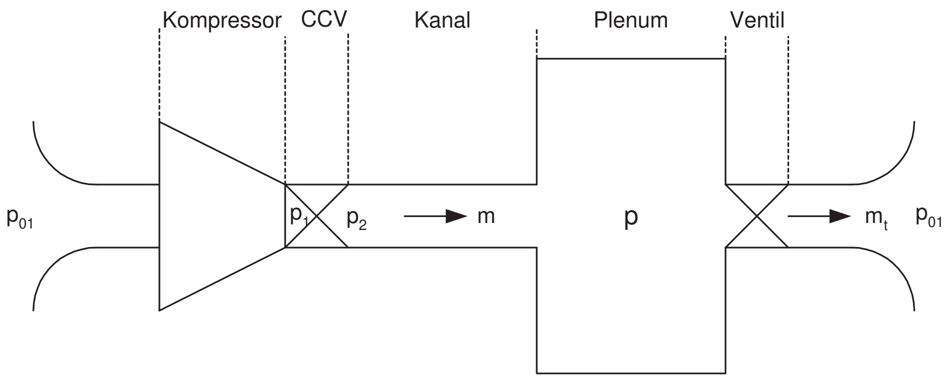
Tradisjonelt har en unngått surge ved å benytte styresystemer hvor det ikke tillates at kompressoren beveger seg inn i det ustabile området. Denne strategien kalles surge avoidance, da en rett og slett eliminerer muligheten for at ustabiliteten skal kunne oppstå. En annen strategi som er av nyere dato er aktiv surgeregulering. Aktiv surgeregulering innebærer å bruke tilbakekobling for å stabilisere hele eller deler av det opprinnelige ustabile området. Gevinsten ved å stabilisere dette området er økt virkningsgrad, ytelse og arbeidsområde for kompressoren.

Det eksisterer flere surgeregulatorer for sentrifugalkompressoren. Noen av disse gir mulighet for å flytte surgelinjen med noen prosent, mens andre stabiliserer systemet globalt. I [23] gis det en oversikt og en kort beskrivelse av de forskjellige regulatorene som finnes. Det vil i denne avhandlingen bli sett på to regulatorer som stabiliserer systemet globalt.

3.2 Regulering med tett koblet ventil

En strategi innen aktiv surge regulering er en metode som kalles tett koblet ventil eller CCV (close coupled valve). Resultatene som vises her er hentet fra [9], hvor metoden er presentert i sin helhet. Det vil her kun bli en oppsummering og forklaring av metoden.

Strategien benytter seg av en ventil som er plassert ved kompressorens utløp. Ideen er å benytte denne tett koblede ventilen til å manipulere kompressorkarakteristikken, slik at den samlede karakteriestikken for kompressoren og ventilen har en avtagende kurve i likevektspunktet. Som illustrert tidligere innebærer dette et stabilt likevektspunkt. For å oppnå en karakteristikk som er avtagende i likevektspunktet, samles karakteristikken til kompressoren og ventilen i ett. En benytter så trykkfallet over ventilen for å manipulere denne samlede karakteristikken. Det antas at ventilen sitter så tett på kompressoren at det kan sees bortifra dynamikk mellom kompressoren og ventilen. Videre antas det at reguleringen av trykkfallet over ventilen er så rask relativt til resten av systemet, slik at dynamikk tilknyttet regulering av ventilen kan neglisjeres. Systemet er illustrert i Figur 3.1.



Figur 3.1: Kompresjonsystem med tett koblet ventil

Modellen for systemet blir tilsvarende modellen beskrevet i (2.1)-(2.3)

$$\dot{p} = \frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t) \tag{3.1}$$

$$\dot{m} = \frac{A_1}{L_c}(p_2 - p) \tag{3.2}$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J}(\tau_t - \tau_c), \tag{3.3}$$

hvor p_2 er trykket ved utløpet av den tett koblede ventilen. Den samlede karakteristikken for kompressoren og den tett koblede ventilen betegnes ψ_e. Denne karakteristikken beskriver trykkforholdet mellom ventilens utløp og kompressorens innløp. Det er ønskelig å uttrykke ψ_e som en funksjon av kompressorkarakteristikken og ventilkarakteristikken, for å kunne manipulere den ved hjelp av ventilkarakteristikken.

Definisjon 3.1. *(Samled karakteristikk)*

$$\begin{aligned}\psi_e &= \frac{p_2}{p_{01}} \\ &= \psi_c - \psi_v,\end{aligned}$$

hvor
ψ_c - *kompressorkarakteristikk*
ψ_v - *karakteristikk for tett koblet ventil*

■

Det blir misvisende å kalle ψ_v karakteristikk, da dette leddet ikke representerer trykkforholdet over ventilen. Den fysiske betydningen av ψ_v kommer tydeligere frem fra

$$\begin{aligned} p_2 &= \psi_e p_{01} \\ &= \psi_c p_{01} - \psi_v p_{01} \\ &= p_1 - \psi_v p_{01}, \end{aligned} \tag{3.4}$$

hvor p_1 er trykket ved kompressoren utløp og dermed representerer uttrykket $\psi_v p_{01} = p_1 - p_2$ trykkfallet over ventilen.

I stabilitetsanalysen benyttes Lyapunovs metode. Det er derfor ønskelig å gjøre et variabelbytte slik at likevektspunktet skiftes til origo. Dette kan gjøres ved å innføre variabler som beskriver avviket mellom ønsket arbeidspunkt og virkelig verdi Arbeidspunktene vil betegnes $(\cdot)_0$, mens avvik fra arbeidspunktet vil betegnes $(\bar{\cdot})$.

Definisjon 3.2. *(Avvik fra likevektspunkt)*

$$\begin{aligned} \bar{p} &= p - p_0 \\ \bar{m} &= m - m_0 \\ \bar{\omega} &= \omega - \omega_0, \end{aligned}$$

hvor m_0, p_0 *og* ω_0 *er konstanter.*

■

Ved å benytte Definisjon 3.2 og (3.1) finnes

$$\begin{aligned} \dot{\bar{p}} &= \dot{p} \\ &= \frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t) \\ &= \frac{a_{01}^2}{V_p}(\bar{m} + m_0 - m_t) \\ &= \frac{a_{01}^2}{V_p}(\bar{m} - \bar{m}_t), \end{aligned} \tag{3.5}$$

hvor $\bar{m}_t = m_t - m_{t0} = m_t - k_t\sqrt{p_0 - p_{01}} = m_t - m_0$. Ved å benytte Definisjon 3.2, (3.2) og (3.4) finnes

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{m}} &= \dot{m} \\
&= \frac{A_1}{L_c}(p_2 - p) \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\psi_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p) \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\psi_c p_{01} - \psi_v p_{01} - \bar{p} - p_0) \\
&= \frac{A_1}{L_c}((\psi_c - \frac{p_0}{p_{01}})p_{01} - \psi_v p_{01} - \bar{p}) \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\bar{\psi}_c p_{01} - \psi_v p_{01} - \bar{p}),
\end{aligned} \tag{3.6}$$

hvor $\bar{\psi}_c = \psi_c - \frac{p_0}{p_{01}} = \psi_c - \psi_{c0}$, gitt at $\psi_v = 0$ når $\bar{m} = \bar{\omega} = 0$. Ved å benytte Definisjon 3.2 og (2.5) finnes

$$\begin{aligned}
\tau_c &= |m| r_2^2 \sigma \omega \\
&= sgn(m) m r_2^2 \sigma \omega \\
&= sgn(m)(\bar{m} + m_0) r_2^2 \sigma (\bar{\omega} + \omega_0) \\
&= sgn(m)\bar{m} r_2^2 \sigma \bar{\omega} + sgn(m) m_0 r_2^2 \sigma \omega_0 + sgn(m)\bar{m} r_2^2 \sigma \bar{\omega} + sgn(m) m_0 r_2^2 \sigma \omega_0 \\
&= sgn(m) r_2^2 \sigma ((\bar{m} + m_0)\bar{\omega} + \bar{m}\omega_0) + sgn(m) m_0 r_2^2 \sigma \omega_0 \\
&= \bar{\tau}_c + \tau_{c0},
\end{aligned} \tag{3.7}$$

hvor $\bar{\tau}_c = sgn(m) r_2^2 \sigma ((\bar{m} + m_0)\bar{\omega} + \bar{m}\omega_0)$ og $\tau_{c0} = sgn(m) m_0 r_2^2 \sigma \omega_0$. For analysen kreves kontinuerlige funksjoner. Leddene $sgn(m)$ erstattes derfor med $\tanh(\frac{m}{\varsigma})$, hvor ς er en positiv konstant som bestemmer stigningstallet rundt $m = 0$. Ved å benytte Definisjon 3.2, (3.3) og (3.7) finnes

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{\omega}} &= \dot{\omega} \\
&= \dot{\omega} \\
&= \frac{1}{J}(\tau_t - \tau_c) \\
&= \frac{1}{J}(\tau_t - \bar{\tau}_c - \tau_{c0}) \\
&= \frac{1}{J}(\bar{\tau}_t - \bar{\tau}_c),
\end{aligned} \tag{3.8}$$

hvor $\bar{\tau}_t = \tau_t - \tau_{c0}$. Ved å benytte (3.5), (3.6) og (3.8) kan modellen (3.1)-(3.3) uttrykkes med variablene fra Definisjon 3.2

$$\dot{\bar{p}} = \frac{a_{01}^2}{V_p}(\bar{m} - \bar{m}_t) \tag{3.9}$$

$$\dot{\bar{m}} = \frac{A_1}{L_c}(\bar{\psi}_c p_{01} - \psi_v p_{01} - \bar{p}) \tag{3.10}$$

$$\dot{\bar{\omega}} = \frac{1}{J}(\bar{\tau}_t - \bar{\tau}_c), \tag{3.11}$$

hvor ψ_v og $\bar{\tau}_t$ velges slik at likevektspunktet gitt av $(\bar{p}, \bar{m}, \bar{\omega}) = (0, 0, 0)$ blir stabilt.

I [9] ble det foreslått en regulator som garanterer semiglobal eksponentielt stabilt likevektspunkt for modellen gitt av (3.9)-(3.11).

Teorem 3.1 ([9]). *(Semiglobal eksponentiell stabil regulator)*
Surgeregulatoren

$$\psi_v = k_v \bar{m}$$

og hastighet regulatoren

$$\bar{\tau}_t = -k_p \bar{\omega} - k_i I$$
$$\dot{I} = \bar{\omega},$$

hvor

$$k_v > \sup \left\{ \frac{\partial \psi_c}{\partial m} \right\} + \delta_1$$

og $\delta_1, k_p, k_i > 0$, gjør origo i modellen (3.9)-(3.11) semiglobalt eksponentielt stabilt.

■

Årsaken til at resultatet er semiglobalt skyldes at analysen setter begrensninger for ω og p. For ω kreves det at den er øvre og nedre begrenset ved $0 < \omega < \omega_{maks}$. Denne begrensningen vil være tilfredstilt i praksis, da drivkilden vil kun bidra med moment i en retning og det er begrenset hvor stort moment drivkilden er i stand til å yte. Begrensningen i p skyldes uttrykket for massestrømmen gjennom strupeventilen. Begrensingen er gitt av $p \geq p_{01}$, hvor overtredelse resulterer i imaginær verdi for massestrømmen gjennom ventilen.

Regulatoren er robust, da den kun er avhengig av strukturelle egenskaper ved modellen. Dettte kan sees ved at den eneste modellavhengige parameteren, k_v, er nedre begrenset av stigningstallet til kompressorkarakteristikken, men ikke direkte avhengig av parametere i modellen.

Lyapunovfunksjonen

$$
\begin{aligned}
V(\bar{p},\bar{m},\bar{\omega},I) &= \frac{1}{2}\frac{V_p}{a_{01}^2\rho_{01}}\bar{p}^2 + \frac{1}{2}\frac{L_c}{A_1\rho_{01}} + \frac{1}{2}\begin{bmatrix}\bar{\omega}\\ I\end{bmatrix}^T P \begin{bmatrix}\bar{\omega}\\ I\end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{2}\begin{bmatrix}\bar{p}\\ \bar{m}\\ \bar{\omega}\\ I\end{bmatrix}^T \begin{bmatrix}\frac{V_p}{a_{01}^2\rho_{01}} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{L_c}{A_1\rho_{01}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & r_1 J & r_1\lambda\\ 0 & 0 & r_1\lambda & k_i\end{bmatrix} \begin{bmatrix}\bar{p}\\ \bar{m}\\ \bar{\omega}\\ I\end{bmatrix},
\end{aligned} \tag{3.12}
$$

hvor λ er en positiv konstant som er valgt slik at P blir positiv definit og ρ_{01} er tettheten av det strømmende mediet ved kompressorens innløp, ble benyttet for å vise eksponentiell stabilitet. Denne vil benyttes under utledning av et separasjonsprinsipp for regulatoren beskrevet i dette avsnittet og en estimator som vil bli vist senere.

3.3 Regulering med drivmoment

En strategi for aktiv surgeregulering som er av nyere dato enn den i forrige avsnitt, er aktiv surge kontroll ved hjelp av drivmoment. Utgangspunktet for denne strategien var å stabilisere systemet fra Figur 2.1 uten å introdusere nye fysiske elementer til systemet, da en allerede har mulighet til å påvirke det gjennom drivmomentet.

I [10] ble det foreslått en aktiv surge regulator for (2.6)-(2.8) som garanterer global eksponentiell konvergens til et område rundt ønsket arbeidspunkt. Metoden benytter seg kun av drivmomentet til å påvirke systemet. Det vil her vises at regulatoren foreslått i [10] garanterer globalt eksponentiellt stabilt arbeidspunkt.

I stabilitetsanalysen benyttes Lyapunov teori. Det er derfor ønskelig at likevektspunktet skiftes til origo. Dette gjøres som i forrige avsnitt ved å innføre variabler som beskriver avviket mellom virkelig verdi og ønsket verdi, da origo for disse variablene vil innebære at ønsket og virkelig verdi er like. Stabilitet av origo vil dermed vise systemet er stabilt i ønsket arbeidspunkt. Arbeidspunktene vil betegnes $(\cdot)_0$, mens avvik fra arbeidspunktet vil betegnes $(\bar{\cdot})$.

Definisjon 3.3. *(Avvik fra likevektspunkt)*

$$
\begin{aligned}
\bar{m} &= m - m_0\\
\bar{p} &= p - p_0\\
\bar{\omega} &= \omega - \omega_0,
\end{aligned}
$$

hvor m_0, p_0 og ω_0 er konstanter.

■

Analogt med forrige avsnitt kan nå modellen (2.6)-(2.8) uttrykkes i nye koordinater $(\bar{\cdot})$

$$\dot{\bar{p}} = \frac{a_{01}^2}{V_p}(\bar{m} - \bar{m}_t) \tag{3.13}$$

$$\dot{\bar{m}} = \frac{A_1}{L_c}(\bar{\psi}_c p_{01} - \bar{p}) \tag{3.14}$$

$$\dot{\bar{\omega}} = \frac{1}{J}(\bar{\tau}_d - \bar{\tau}_c), \tag{3.15}$$

hvor

$$\begin{aligned}
\bar{m}_t &= m_t - m_{t0} = m_t - k_t\sqrt{p_0 - p_{01}} = m_t - m_0 \\
\bar{\psi}_c &= \psi_c - \frac{p_0}{p_{01}} = \psi_c - \psi_{c0} \\
\bar{\tau}_c &= \tau_c - \tau_{c0} = \tau_c - \sigma r_2^2 |m_0| \omega_0 \\
\bar{\tau}_t &= \tau_t - \tau_{t0} = \tau_t - \tau_{c0}.
\end{aligned}$$

Det ble i [10] vist at surgeregulatoren

$$\bar{\omega} = -k_s \bar{m}, \tag{3.16}$$

hvor

$$k_s > sup \left\{ \frac{\partial \psi_c / \partial m}{\partial \psi_c / \partial \omega} \right\}$$

gjør likevektspunktet til modellen (3.13)-(3.14) globalt eksponentielt stabilt. For å vise GES ble Lyapunov funksjonen

$$V(\bar{p}, \bar{m}) = \frac{V_p}{a_{01}^2}\bar{p}^2 + \frac{L_c}{A_1}\bar{m}^2 \tag{3.17}$$

benyttet, og det ble vist at den tidsderiverte av (3.17) langs løsningen til (3.13)-(3.14) kunne uttrykkes

$$\dot{V}(\bar{p}, \bar{m}) < k_p \bar{p}^2 + k_m \bar{m}^2, \tag{3.18}$$

hvor $k_p > 0$ er gitt av stigningstallet til strupevetilen og $k_m > 0$ er gitt av stigningstallet til kompressorkarakteristikken. Regulatoren (3.16) er avhengig av en hastighetsregulator for rotasjonshastigheten som oppnår og opprettholder hastigheten gitt av (3.16), uten å forringe stabiliteten til systemet. Fra (3.16) kan det sees at den ønskede hastigheten er gitt av

$$\omega_d = \omega_0 - k_s \bar{m}, \tag{3.19}$$

hvor ω_d er den ønskede hastigheten generert fra (3.16) og ω_0 er det ønskede likevektspunktet. I [10] ble hastighetskontrolloven

$$\begin{aligned}
\bar{\tau}_d &= k_{\bar{\omega}}(\omega_d - \omega) \\
&= -k_{\bar{\omega}}\bar{\omega} - k_{\bar{\omega}} k_s \bar{m} \\
&= -k_{\bar{\omega}}\bar{\omega} - k_{\bar{m}}\bar{m}
\end{aligned} \tag{3.20}$$

benyttet, hvor $k_{\bar{\omega}} > 0$ og $k_{\bar{m}} = k_{\bar{\omega}} k_s$.

Teorem 3.2 ([10]). *(Globalt eksponentielt stabilt likevektspunkt)*
Surge regulatoren

$$\bar{\tau}_d = -k_{\bar{\omega}}\bar{\omega} - k_{\bar{m}}\bar{m},$$

hvor

$$\begin{aligned} &k_{\bar{m}} = k_{\bar{\omega}}k_s \\ &k_{\bar{\omega}} > 0 \\ &k_s > sup(\frac{\partial\psi_c/\partial m}{\partial\psi_c/\partial\omega}) \end{aligned}$$

gjør origo av modellen (3.13)-(3.15) globalt eksponentielt stabilt.

■

Bemerkning 3.1. *Denne surge regulatoren basserer seg på den samme egenskapen som regulatoren i Teorem 3.1. Begge regulatorene er robuste regulatorer, hvor den eneste modellavhengige parameteren i regulatoren er nedre begrenset av stigningstallet til kompressorkarakteristikken.*

Bevis. *Vi definerer Lyapunov funksjonskandidaten*

$$V(\bar{p},\bar{m},\bar{\omega}) = \frac{V_p}{2a_{01}^2}\bar{p}^2 + \frac{L_c}{2A_1}\bar{m}^2 + \frac{J}{2}\bar{\omega}^2. \tag{3.21}$$

Ved å benytte resultatene (3.17)-(3.18) fra [10], kan den tidsderiverte av (3.21) langs løsningene til (3.13)-(3.15) uttrykkes

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{p},\bar{m},\bar{\omega}) &< -k_p\bar{p}^2 - k_m\bar{m}^2 + J\bar{\omega}\dot{\bar{\omega}} \\ &< -k_p\bar{p}^2 - k_m\bar{m}^2 + \bar{\omega}(\bar{\tau}_d - \bar{\tau}_c) \\ &< -k_p\bar{p}^2 - k_m\bar{m}^2 + \bar{\omega}\bar{\tau}_d - \bar{\omega}\bar{\tau}_c \\ &< -k_p\bar{p}^2 - k_m\bar{m}^2 + \bar{\omega}(-k_{\bar{\omega}}\bar{\omega} - k_{\bar{m}}\bar{m}) - \bar{\omega}\bar{\tau}_c \\ &< -k_p\bar{p}^2 - k_m\bar{m}^2 - k_{\bar{\omega}}\bar{\omega}^2 - k_{\bar{m}}\bar{\omega}\bar{m} - \bar{\omega}\bar{\tau}_c. \end{aligned} \tag{3.22}$$

Kompressorens lastmoment og rotasjonshastighet antas å være et passivt par. Dette innebærer at

$$P_c = \bar{\omega}\bar{\tau}_c \geq 0, \tag{3.23}$$

hvor P_c er effekten som forbrukes av kompressoren. Videre kan $\bar{\omega}\bar{m}$-leddet øvre begrenses ved å benytte Youngs ulikhet

$$-k_{\bar{m}}\bar{\omega}\bar{m} \leq \frac{k_{\bar{m}}}{\eta_1}\bar{m}^2 + k_{\bar{m}}\eta_1\bar{\omega}^2, \tag{3.24}$$

hvor $\eta_1 > 0$ kan velges fritt. Ved å bruke (3.23) og (3.24) kan nå en øvre begrensning for (3.22) uttrykkes som

$$
\begin{aligned}
\dot{V}(\bar{p}, \bar{m}, \bar{\omega}) &< -k_p\bar{p}^2 - k_m\bar{m}^2 - k_{\bar{\omega}}\bar{\omega}^2 + \frac{k_{\bar{m}}}{\eta_1}\bar{m}^2 + k_{\bar{m}}\eta_1\bar{\omega}^2 \\
&< -k_p\bar{p}^2 - (k_m - \frac{k_{\bar{m}}}{\eta_1})\bar{m}^2 - (k_{\bar{\omega}} - k_{\bar{m}}\eta_1)\bar{\omega}^2.
\end{aligned}
$$

Ved å velge $k_{\bar{\omega}}$, $k_{\bar{m}}$ og η_1 slik at ulikhetene

$$
\begin{aligned}
k_1 &< \frac{2k_pV_p}{a_{01}^2} \\
k_1 &< \frac{2(k_m - \frac{k_{\bar{\omega}}}{\eta_1})L_c}{A_1} \\
k_1 &< 2(k_{\bar{\omega}} - k_{\bar{m}}\eta_1)J
\end{aligned}
$$

er oppfylt for $k_1 > 0$, gjøres likevektspunktet til (3.13)-(3.15) globalt eksponentielt stabilt. Dette kan sees ut fra

$$
\begin{aligned}
&V(\bar{p}, \bar{m}, \bar{\omega}) > 0 \quad \forall\ (\bar{p}, \bar{m}, \bar{\omega}) \neq (0,0,0) \\
&V(0,0,0) = 0 \\
&V(\bar{p}, \bar{m}, \bar{\omega}) \text{ er radielt ubegrenset} \\
&\dot{V}(\bar{p}, \bar{m}, \bar{\omega}) < k_1V(\bar{p}, \bar{m}, \bar{\omega}) \quad \forall\ (\bar{p}, \bar{m}, \bar{\omega}) \neq (0,0,0) \\
&\dot{V}(0,0,0) = 0.
\end{aligned}
$$

$\blacksquare$

Kapittel 4

Ulineær estimator for sentrifugalkompressoren

4.1 Innledning

Flere regulatorer for aktiv surgeregulering har blitt utviklet. Av disse er det flere som baserer seg på måling og tilbakekobling fra blant annet massestrømmen gjennom kompressoren. Måling av massestrøm er uønsket av flere praktiske årsaker. Det er vanskelig å oppnå gode målinger av massestrømmen, og måleelementene er dyre. Det er derfor ønskelig å estimere massestrømmen, for så å benytte estimatet i tilbakekoblinger. For å kunne gjøre dette må en først finne en estimator for systemet. Deretter må det vises at estimatoren kan benyttes sammen med regulatoren. Innen lineær systemteori finnes det gode resultater på hvordan en estimator kan utvikles. Det finnes også gode resultater vedrørende bruk av estimerte verdier i en allerede eksisterende regulator, såkalte separasjonsprinsipp. Separasjonsprinsippet tillater tuning av regulatoren og estimatoren hver for seg, da stabiliteten til det totale systemet (regulator med estimerte verdier) er gitt ved en stabil regulator og en stabil estimator. For det ulineære tilfellet finnes det ikke generelle resultater for utvikling av estimatorer eller separasjonsprinsipp.

4.2 Estimatoren

Estimatorene som utvikles vil være basert på en kopi av modellen for massestrømmen gitt av (2.7). Estimatorer som benytter kun en kopi av modellen til variablen som skal estimeres, kalles åpen sløyfe estimator eller ballistisk estimator. Disse ville virket hvis modellen var perfekt kjent, initialtilstandene til systemet var kjent og systemet ikke var påvirket av støy eller at støyen var perfekt kjent. Dette er imidlertidig umulig å oppnå i praksis. Det er derfor vanlig å legge til et korreksjonsledd i estimatormodellen for å korrigere eventuelle avvik mellom estimert og virkelig verdi. Dette prinsipet kan betegnes lukket sløyfe estimator, da en benytter en "estimatorregulator" for å oppnå riktig estimat. Prinsippet for denne typen estimatorer kan finnes i [14], [18] eller [2] hvor de er illustrert for det lineære tilfellet. Prinsippet kan overføres til det ulineære tilfellet, hvor stabiliteten må vises ved hjelp av ulineære analysemetoder. Anta at et system er beskrevet av

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x,u) \\ y &= h(x), \end{aligned}$$

hvor x er systemets tilstander, u er systemets pådrag/aktuator og y er målinger. Den ballistiske estimatoren vil da være på formen

$$\dot{\hat{x}} = f'(\hat{x}, y, u),$$

hvor $\hat{x}$ er en vektor med de tilstander som ønskes estimert og f' er en kopi av f for de tilstandene som estimeres. Da f' kan være avhengig av noen av tilstandene i x som ikke finnes $\hat{x}$, kan det bli nødvendig å benytte målinger av disse. Den tilbakekoblede estimatoren vil være på formen

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= f'(\hat{x}, y, u) + K(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= h(\hat{x}, y), \end{aligned}$$

hvor $\hat{y}$ er en rekonstruksjon av målingene y bassert på de estimerte tilstandene. Leddet $K(y - \hat{y})$ er korreksjonsleddet som skal regulere/korrigere estimatoren bassert på avviket $y - \hat{y}$. Stabilitetsanalysen av estimatoren vil ta utgangspunkt i $\tilde{x} = x' - \hat{x}$, hvor x' er tilstandene for det virkelige systemet tilsvarende tilstandene i $\hat{x}$, som beskreiver avviket mellom virkelig og estimert tilstand. Ved å derivere $\tilde{x}$ fremkommer feildynamikken, hvor det er ønskelig med et stabilt likevektspunkt i origo, da dette innebærer at estimert verdi er lik virkelig verdi. I [16] er dette prinsippet benyttet for ulineære systemer.

De estimerte tilstandene kan ikke uten videre benyttes i en regulator, da dette vil forandre systemet. Gitt et system

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, u),$$

hvor x_1 er systemets tilstander. Systemet reguleres med $u = g_1(x_1)$ slik at

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, g_1(x_1))$$

blir et stabilt system. Anta videre en stabil estimator

$$\dot{x}_2 = f_2(x_2, y),$$

hvor x_2 er de estimerte tilstandene. Ved å benytte de estimerte tilstandene i regulatoren vil det regulerte systemet være gitt av

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, g_1(x_1, x_2))$$

og stabilitetsegenskapene til $\dot{x}_1 = f_1(x_1, g_1(x_1))$ vil ikke lenger være gyldig. For å kunne analysere stabilitetsegenskapene til det regulerte systemet når regulatoren benytter seg av estimerte verdier, kan resultater vedrørende stabilitet i kaskadesystemer benyttes. Kaskadesystemer er på formen

$$\begin{aligned}
\Sigma_1 &: \dot{x}_1 = f_1(x_1) \\
\Sigma_2 &: \dot{x}_2 = f_2(x_2) \\
\Sigma_3 &: \dot{x}_3 = f_1(x_1) + g(x_1, x_2),
\end{aligned}$$

hvor en kan se at kaskadesystemet, Σ_3, er en sammenkobling av to systemer. I litteraturen er det vanelig å uttrykke kaskaden

$$\begin{aligned}
\Sigma_1 &: \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g(x_1, x_2) \\
\Sigma_2 &: \dot{x}_2 = f_2(x_2),
\end{aligned}$$

hvor Σ_1 betraktes som en utvidelse av $\dot{x}_1 = f_1(x_1)$. Det vil her benyttes resultater fra forfatterene av [19] som studerte systemet

$$\begin{aligned}
\Sigma_1 &: \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g(x_1, x_2)x_2 \\
\Sigma_2 &: \dot{x}_2 = f_2(x_2)
\end{aligned}$$

Systemet $\dot{x}_1 = f_1(x_1)$ vil være feildynamikken til det regulerte systemet, Σ_2 vil være feildynamikken til estimatoren og leddet $g(x_1, x_2)x_2$ vil introdusere estimerte verdier til regulatoren. For at kaskadesystemet skal være stabilt kreves det visse egenskaper for $\dot{x}_1 = f_1(x_1)$, Σ_2 og $g(x_1, x_2)x_2$. I [16] ble resultatene fra [19] benyttet for å vise stabilitet av et system hvor regulatoren benyttet estimerte verdier. Det vil her benyttes den siste utgaven av resultatene fra [19] som er [15], hvor det også er et sammendrag av arbeid gjort innen område kaskadesystemer.

Fremgansmåten for å finne en estimator som kan benyttes i en regulator blir todelt. Først utvikles en estimator ved å benytte ulineære analysemetoder til å vise at avviket mellom estimert og virkelig verdi konvergerer til null. Deretter må det vises at de estimerte verdiene kan benyttes i regulatoren. Dette vil bli løst ved å vise et separasjonsprinsipp for regulator og estimator, hvilket tillater å tune regulator og estimator hver for seg.

4.3 Estimator for regulering med tett koblet ventil

Det vil bli foreslått en eksponentiell stabil estimator for masssestrømmen, som kan benyttes i regulatoren fra Teorem 3.1. Det vil først vises en eksponentiell stabil estimator for massestrømmen i systemet (3.1)-(3.3). Dernest vil et separasjonsprinsipp for regulator og estimator bli vist, hvilket innebærer at systemet forblir stabilt når estimert verdi benyttes i regulatoren og at regulator og estimator kan tunes hver for seg.

4.3.1 Estimator for massestrøm

Estimerte tilstander vil bli betegnet $(\hat{\cdot})$ og avvik mellom estimerte og virkelige tilstander vil bli betegnet $(\tilde{\cdot})$.

Definisjon 4.1. *(Estimeringsavvik)*

$$\tilde{m} = m - \hat{m}$$

■

Estimatordynamikken fremkommer ved å koppiere (3.2) og legge til et korreksjonsledd

$$\dot{\hat{m}} = \frac{A_1}{L_c}(\psi_c(\hat{m}, \omega)p_{01} - \psi_v p_{01} - p) + k_{\tilde{m}}\tilde{m}, \tag{4.1}$$

hvor $k_{\tilde{m}}\tilde{m}$ er korreksjonsleddet og $\psi_v p_{01}$ er et generert (kjent) pådrag. For notasjonens skyld vil $\psi_c(\hat{m}, \omega)$ betegnes $\hat{\psi}_c$. Estimatoren (4.1) er ikke implementerbar, da den benytter tilstanden m. Dette kan løses som i [21] ved å definere variabelen

$$z = \hat{m} - k_z p, \tag{4.2}$$

hvor k_z er en konstant som kan velges fritt. Ved å benytte (3.1) og (4.1) finnes den deriverte av (4.2) som

$$\begin{aligned}
\dot{z} &= \dot{\hat{m}} - k_z\dot{p} \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p) + k_{\tilde{m}}\tilde{m} - k_z\frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t) \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_z\frac{a_{01}^2}{V_p}m_t + k_{\tilde{m}}m - k_z\frac{a_{01}^2}{V_p}m \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_z\frac{a_{01}^2}{V_p}m_t + (k_{\tilde{m}} - k_z\frac{a_{01}^2}{V_p})m,
\end{aligned} \tag{4.3}$$

hvor k_z velges slik at $\dot{z}$ blir uavhengig av m

$$k_z = \frac{V_p}{a_{01}^2}k_{\tilde{m}} \tag{4.4}$$

Estimatet $\hat{m}$ kan nå implementeres ved å benytte (4.2), (4.3) og (4.4)

$$\hat{m} = z + k_z p \tag{4.5}$$

$$\dot{z} = \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}}m_t, \tag{4.6}$$

hvor målinger av p og ω benyttes.

Stabilitet av estimatoren vil bli vist ved å vise at feildynamikken har et stabilt likevektspunkt i origo. Dette likevektspunktet innebærer at estimert og virkelig verdi vil være like. Ved å benytte Definisjon 4.1 og estimatordynamikken (4.1) er feildynamikken gitt av

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{m}} &= \dot{m} - \dot{\hat{m}} \\ &= \frac{A_1}{L_c}(\psi_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p) - \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p) - k_{\tilde{m}}\tilde{m} \\ &= \frac{A_1}{L_c}(\psi_c p_{01} - \hat{\psi}_c p_{01}) - k_{\tilde{m}}\tilde{m} \\ &= \frac{A_1}{L_c}\tilde{\psi}_c p_{01} - k_{\tilde{m}}\tilde{m}, \end{aligned} \tag{4.7}$$

hvor $\tilde{\psi}_c = \psi_c - \hat{\psi}_c$.

Påstand 4.1. *(Global eksponentiell stabil feildynamikk)*
Estimatorforsterkningen

$$k_{\tilde{m}} > 2\frac{A_1}{L_c}\sup\left\{\frac{\partial\psi_c}{\partial m}\right\}p_{01} + \delta_2,$$

hvor $\delta_2 > 0$, gjør origo i modellen (4.7) globalt eksponentielt stabilt.

■

For implementering av estimatoren benyttes de modellavhengige egenskapene $\frac{A_1}{L_c}$ og $\hat{\psi}_c$. Dette krever at konstantene A_1 og L_c må være kjent, og at kompressorkarakteristikken bør være godt kjent.

Bemerkning 4.1. *Estimatorforsterkningen baserer seg på samme egenskap som regulatorene fra Teorem 3.1 og Teorem 3.2, den er nedre begrenset av stigningstallet til kompressorenkarakteristikken.*

Bevis. *Bevisføringen vil betrakte Lyapunov funksjonskandidaten*

$$V(\tilde{m}) = \frac{L_c}{2A_1}\tilde{m}^2 > 0 \quad \forall\ \tilde{m} \neq 0. \tag{4.8}$$

Den deriverte av (4.8) langs løsningene til (4.7) er

$$\begin{aligned}\dot{V}(\tilde{m}) &= \frac{L_c}{A_1}\tilde{m}\dot{\tilde{m}} \\ &= \tilde{m}(\tilde{\psi}_c p_{01} - \frac{L_c}{A_1}k_{\tilde{m}}\tilde{m}) \\ &= \tilde{m}\alpha(\tilde{m}), \end{aligned} \tag{4.9}$$

hvor

$$\alpha(\tilde{m}) = \tilde{\psi}_c p_{01} - \frac{L_c}{A_1} k_{\tilde{m}} \tilde{m}.$$

For å vise stabilitet, må det vises at $\tilde{m}\alpha(\tilde{m}) < 0 \quad \forall\ \tilde{m} \neq 0$. *Dette vil være oppfylt hvis* $\alpha(\tilde{m})$ *ligger i 2. og 4. kvadrant i* $(\tilde{m}, f(\tilde{m}))$*-koordinatsystemet, da* $\tilde{m}$ *vil ligge i 1. og 3. kvadrant i dette systemet (produktet av* $\tilde{m}$ *og* $\tilde{\psi}_c$ *vil være negativt hvis denne sektorbetingelsen er oppfylt). Siden* $\alpha(\tilde{m})$ *krysser* $(\tilde{m}, f(\tilde{m}))$*-systemet i origo,*

$$\alpha(0) = (\psi_c(m_1, \omega) - \psi_c(m_1, \omega))p_{01} - \frac{L_c}{A_1} k_{\tilde{m}} \cdot 0 = 0$$

hvor m_1 *er en vilkårlig massestrøm, vil en tilstrekkelig betingelse for å oppfylle sektorbetingelsen være at* $\alpha(\tilde{m})$ *er avtagende i* $\tilde{m}$. *Dette vil være oppfylt hvis*

$$\frac{\partial \alpha(\tilde{m})}{\partial \tilde{m}} < 0 \tag{4.10}$$

Beregning av den partielderiverte gir

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \alpha(\tilde{m})}{\partial \tilde{m}} &= \frac{\partial \tilde{\psi}_c}{\partial \tilde{m}} p_{01} - \frac{L_c}{A_1} k_{\tilde{m}} \frac{\partial \tilde{m}}{\partial \tilde{m}} \\
&= \frac{\partial \psi_c}{\partial \tilde{m}} p_{01} - \frac{\partial \hat{\psi}_c}{\partial \tilde{m}} p_{01} - \frac{L_c}{A_1} k_{\tilde{m}} \\
&= \frac{\partial \psi_c}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial \tilde{m}} p_{01} - \frac{\partial \hat{\psi}_c}{\partial \hat{m}} \frac{\partial \hat{m}}{\partial \tilde{m}} p_{01} - \frac{L_c}{A_1} k_{\tilde{m}} \\
&= \frac{\partial \psi_c}{\partial m} \frac{\partial (\tilde{m} + \hat{m})}{\partial \tilde{m}} p_{01} - \frac{\partial \hat{\psi}_c}{\partial \hat{m}} \frac{\partial (m - \tilde{m})}{\partial \tilde{m}} p_{01} - \frac{L_c}{A_1} k_{\tilde{m}} \\
&= \frac{\partial \psi_c}{\partial m} p_{01} + \frac{\partial \hat{\psi}_c}{\partial \hat{m}} p_{01} - \frac{L_c}{A_1} k_{\tilde{m}},
\end{aligned} \tag{4.11}$$

hvor Definisjon 4.1 er benyttet. Fra (4.11) kan det sees at (4.10) er oppfylt hvis estimatorforsterkningen velges som

$$k_{\tilde{m}} > \frac{A_1}{L_c} \sup \left\{ \frac{\partial \psi_c}{\partial m} + \frac{\partial \hat{\psi}_c}{\partial \hat{m}} \right\} p_{01}, \tag{4.12}$$

hvor

$$\sup \left\{ \frac{\partial \psi_c}{\partial m} + \frac{\partial \hat{\psi}_c}{\partial \hat{m}} \right\} = 2 \sup \left\{ \frac{\partial \psi_c}{\partial m} \right\}$$

siden $\frac{\partial \psi_c}{\partial m}$ *og* $\frac{\partial \hat{\psi}_c}{\partial \hat{m}}$ *representerer samme funksjon uttrykt ved forskjellige variable. Ved å velge estimatorforsterkningen i henhold til (4.12) vil*

$$\dot{V}(\tilde{m}) < 0 \quad \forall\ \tilde{m} \neq 0,$$

men ved å velge estimatorforsterkningen som

$$k_{\tilde{m}} > 2\frac{A_1}{L_c}\sup\left\{\frac{\partial\psi_c}{\partial m}\right\}p_{01} + \delta_2, \tag{4.13}$$

hvor $\delta_2 > 0$ kan det sees fra (4.9) og (4.12) at den tidsderiverte av (4.8) langs løsningene til (4.7) kan øvre begrenses

$$\begin{aligned}\dot{V}(\tilde{m}) &< -\frac{L_c}{A_1}\delta_2\tilde{m}^2 \\ &< -\frac{L_c}{A_1}\delta_2\frac{2A_1}{L_c}V(\tilde{m}) \\ &< -2\delta_2 V(\tilde{m}) \\ &< -k_2 V(\tilde{m}),\end{aligned}$$

hvor $k_2 = 2\delta_2$. Dette innebærer at origo er et globalt eksponentielt stabilt likevektspunkt for (4.7) hvis $k_{\tilde{m}}$ velges i henhold til (4.13), da dette garanterer følgende for Lyapunovfunksjonen (4.8)

$$\begin{aligned}&V(\tilde{m}) > 0 \quad \forall\ \tilde{m} \neq 0 \\ &V(0) = 0 \\ &V(\tilde{m}) \text{ er radielt ubegrenset} \\ &\dot{V}(\tilde{m}) < -k_2 V(\tilde{m}) \quad \forall\ \tilde{m} \neq 0 \\ &\dot{V}(0) = 0\end{aligned}$$

■

4.3.2 Separasjonsprinsipp

Det vil her bli sett på stabilitetsegenskapene når den estimerte massestrømmen fra Påstand 4.1 blir benyttet i regulatoren fra Teorem 3.1. For å undersøke stabilitetsegenskapene vil resultatene fra [15] benyttes. De resultatene som benyttes her er gjengitt i Tillegg A.2.

Teorem 4.1. *(Semiglobal eksponentiell regulator)*
Regulatoren fra Teorem 3.1 hvor en benytter den estimerte massestrømmen fra estimatoren i Påstand 4.1, gjør origo i modellen (3.9)-(3.11) semiglobalt eksponentielt stabilt.

■

Det viser seg at selv om regulatoren fra Teorem 3.1 benytter seg av den estimerte massestrømmen forblir det regulerte systemet eksponentielt stabilt.

Bevis. *Fra Teorem 3.1 kan det sees at*

$$\begin{aligned}\dot{\bar{p}} &= \frac{a_{01}^2}{V_p}(\bar{m} - \bar{m}_t)\\ \dot{\bar{m}} &= \frac{A_1}{L_c}(\bar{\psi}_c - \psi_v p_{01} - \bar{p})\\ \dot{\bar{\omega}} &= \frac{1}{J}(\bar{\tau}_t - \bar{\tau}_c),\end{aligned}$$

hvor

$$\begin{aligned}\psi_v p_{01} &= k_v \bar{m} p_{01}\\ &= k_v(m - m_0)p_{01}\end{aligned}$$

er trykket over den tett koblede ventilen. Dette trykket betraktes som pådrag og benytter seg av tilbakekobling fra massestrømmen. Det er ønskelig å erstatte målingen av massestrømmen med den estimerte verdien av massestrømmen, slik at

$$\psi_v p_{01} = k_v(\hat{m} - m_0)p_{01}. \tag{4.14}$$

Ved å benytte Definisjon 4.1 kan (4.14) skrives som

$$\begin{aligned}k_v(\hat{m} - m_0)p_{01} &= k_v(m - \tilde{m} - m_0)p_{01}\\ &= k_v(m - m_0)p_{01} - k_v\tilde{m}p_{01}\\ &= k_v\bar{m}p_{01} - k_v\tilde{m}p_{01},\end{aligned}$$

hvilket innebærer at modellen

$$\dot{\bar{p}} = \frac{a_{01}^2}{V_p}(\bar{m} - \bar{m}_t) \tag{4.15}$$

$$\dot{\bar{m}} = \frac{A_1}{L_c}(\bar{\psi}_c - \psi_v p_{01} - \bar{p}) + \frac{A_1}{L_c}k_v\tilde{m}p_{01} \tag{4.16}$$

$$\dot{\bar{\omega}} = \frac{1}{J}(\bar{\tau}_t - \bar{\tau}_c) \tag{4.17}$$

$$I = \bar{\omega} \tag{4.18}$$

er det regulerte systemet fra Teorem 3.1 hvor estimatet av massestrømmen benyttes i regulatoren. Modellen (4.15)-(4.18) kan skrives på samme form som kaskaden (A.1)-(A.3)

hvor

$$
\begin{aligned}
x_1 &= \begin{bmatrix} \bar{p} \\ \bar{m} \\ \bar{\omega} \\ I \end{bmatrix} \\
x_2 &= \tilde{m} \\
f_1(x_1) &= \begin{bmatrix} \frac{a_{01}^2}{V_p}(\bar{m} - \bar{m}_t) \\ \frac{A_1}{L_c}(\bar{\psi}_c - \psi_v p_{01} - \bar{p}) \\ \frac{1}{J}(\bar{\tau}_t - \bar{\tau}_c) \\ \bar{\omega} \end{bmatrix} \\
f_2(x_2) &= \frac{A_1}{L_c}\tilde{\psi}_c p_{01} - k_{\tilde{m}}\tilde{m} \\
g(x) &= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{A_1}{L_c} k_v p_{01} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
&= G,
\end{aligned}
$$

hvor $f_1(x_1)$, $f_2(x_2)$ *og* $g(x)$ *er kontinuerlige og de har kontinuerlige deriverte av 1. orden (hvilket garanterer Lipschitz). Videre er* $||g(x)|| = ||G||$ *konstant, hvilket innebærer at den er mindre eller lik en vilkårlig ikke avtagende funksjon.*

Systemet $\dot{x}_1 = f_1(x_1)$ *er systemet fra Teorem 3.1. Dette systemet har semiglobalt eksponentielt stabilt likevektspunkt for* $x_1 = 0$*. Stabiliteten ble vist med Lyapunovfunksjonen*

$$
\begin{aligned}
V(\bar{p}, \bar{m}, \bar{\omega}, I) &= \frac{1}{2}\left(k_1\bar{p}^2 + k_2\bar{m}^2 + \begin{bmatrix} \bar{\omega} \\ I \end{bmatrix}^T P \begin{bmatrix} \bar{\omega} \\ I \end{bmatrix}\right) \\
&= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \bar{p} \\ \bar{m} \\ \bar{\omega} \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & k_5 \\ 0 & 0 & k_5 & k_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{p} \\ \bar{m} \\ \bar{\omega} \\ I \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{2}x_1^T K x_1,
\end{aligned}
\tag{4.19}
$$

hvor $k_i > 0 \quad \forall\ i \in \{1, ..., 5\}$ *og* k_3, k_4 *og* k_5 *er slik at* P *blir positiv definit.*

Systemet $\dot{x}_2 = f_2(x_2)$ *er systemet fra Påstand 4.1. Dette systemet har globalt eksponentielt stabilt likevektspunkt for* $x_2 = 0$*.*

Den partiellderiverte av (4.19) er

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial x_1} &= \begin{bmatrix} k_1\bar{p} & k_2\bar{m} & k_3\bar{\omega} + k_5 I & k_4 I + k_5\bar{\omega} \end{bmatrix} \\ &= x_1^T K. \end{aligned} \tag{4.20}$$

Videre kan det sees at

$$\begin{aligned}\left|\left|\frac{\partial V}{\partial x_1}\right|\right|_2 &= \sqrt{k_1^2\bar{p}^2 + k_2^2\bar{m}^2 + (k_3\bar{\omega} + k_5 I)^2 + (k_4 I + k_5\bar{\omega})^2} \\ &= \sqrt{k_1^2\bar{p}^2 + k_2^2\bar{m} + k_3^2\bar{\omega}^2 + 2k_3k_5\bar{\omega}I + k_5^2 I^2 + k_4^2 I^2 + 2k_4k_5\bar{\omega}I + k_5^2\bar{\omega}^2} \\ &= \sqrt{k_1^2\bar{p}^2 + k_2^2\bar{m} + (k_3^2 + k_5^2)\bar{\omega}^2 + (k_4^2 + k_5^2)I^2 + 2(k_3k_5 + k_4k_5)\bar{\omega}I} \end{aligned} \tag{4.21}$$

og

$$||x_1||_2 = \sqrt{\bar{p}^2 + \bar{m}^2 + \bar{\omega}^2 + I^2}. \tag{4.22}$$

Ved å benytte (4.19), (4.21), (4.22), Youngs ulikhet og at P fra (4.19) er positiv definit kan det vises at

$$\begin{aligned}\left|\left|\frac{\partial V}{\partial x_1}\right|\right|_2 ||x_1||_2 &= \sqrt{k_1^2\bar{p}^2 + k_2^2\bar{m} + (k_3^2 + k_5^2)\bar{\omega}^2 + (k_4^2 + k_5^2)I^2 + 2(k_3k_5 + k_4k_5)\bar{\omega}I} \\ &\quad \cdot \sqrt{\bar{p}^2 + \bar{m}^2 + \bar{\omega}^2 + I^2} \\ &\leq \frac{1}{2}\Big(\frac{1}{\gamma}\sqrt{k_1^2\bar{p}^2 + k_2^2\bar{m} + (k_3^2 + k_5^2)\bar{\omega}^2 + (k_4^2 + k_5^2)I^2 + 2(k_3k_5 + k_4k_5)\bar{\omega}I}^2 \\ &\quad + \gamma\sqrt{\bar{p}^2 + \bar{m}^2 + \bar{\omega}^2 + I^2}^2\Big) \quad \forall\ \gamma > 0 \\ &\leq \frac{1}{2}\Big(\frac{1}{\gamma}(k_1^2\bar{p}^2 + k_2^2\bar{m} + (k_3^2 + k_5^2)\bar{\omega}^2 + (k_4^2 + k_5^2)I^2 + 2(k_3k_5 + k_4k_5)\bar{\omega}I) \\ &\quad + \gamma(\bar{p}^2 + \bar{m}^2 + \bar{\omega}^2 + I^2)\Big) \quad \forall\ \gamma > 0 \\ &\leq \frac{1}{2\gamma}(k_1^2 + \gamma^2)\bar{p}^2 + \frac{1}{2\gamma}(k_2^2 + \gamma^2)\bar{m}^2 + \frac{1}{2\gamma}(k_3^2 + k_5^2 + \gamma^2)\bar{\omega}^2 \\ &\quad + \frac{1}{2\gamma}(k_4^2 + k_5^2 + \gamma^2)I^2 + \frac{1}{\gamma}(k_3k_5 + k_4k_5)\bar{\omega}I \quad \forall\ \gamma > 0 \\ &\leq \frac{1}{2\gamma}\Bigg((k_1^2 + \gamma^2)\bar{p} + (k_2^2 + \gamma^2)\bar{m} \\ &\quad + \begin{bmatrix} \bar{\omega} \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (k_3^2 + k_5^2 + \gamma^2) & (k_3k_5 + k_4k_5) \\ (k_3k_5 + k_4k_5) & (k_4^2 + k_5^2 + \gamma^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\omega} \\ I \end{bmatrix}\Bigg) \quad \forall\ \gamma > 0 \\ &\leq c_1 V(x_1), \end{aligned} \tag{4.23}$$

hvor $\gamma > 0$ kan velges fritt og $c_1 > 0$ velges tilstreklig stor. Videre kan det ved å benytte

(4.19) og $\|x_1\|_2 \leq \eta$ *vises at*

$$\begin{aligned} \left|\left|\frac{\partial V}{\partial x_1}\right|\right|_2 &= \left|\left|x_1^T K\right|\right|_2 \\ &\leq ||K||_2 \, ||x_1||_2 \\ &\leq ||K||_2 \, \eta \\ &\leq c_2, \end{aligned} \tag{4.24}$$

hvor $c_2 \geq ||K||_2 \, \eta$*. Fra (4.23) og (4.24) kan det sees at Antagelse A.2 fra Tillegg A.2 er tilfredstilt.*

Det kan sees at Antagelse A.3 fra Tillegg A.2 er tilfredstilt ved å velge de to funksjonene $\theta_1, \theta_2 : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ *som*

$$\begin{aligned} &\theta_1(\|x_2\|_2) \geq ||G||_2 \\ &\theta_2(\|x_2\|_2) = 0, \end{aligned}$$

hvilket innebærer at

$$\begin{aligned} \|g(x)\|_2 &= \|G\|_2 \\ &\leq \theta_1(\|x_2\|_2) + \theta_2(\|x_2\|_2)\|x_1\|_2. \end{aligned}$$

Ettersom feildynamikken til estimatoren er ekspunentiell stabil, det vil si origo av $\dot{x}_2 = f_2(x_2)$ *er eksponentiell stabil, vil ulikheten*

$$\begin{aligned} ||x_2(t, t_0)||_2 &\leq \gamma_1 \, ||x_2(t_0)||_2 \, e^{-\gamma_2(t-t_0)} \quad \forall \; t \geq t_0 \\ &\leq \gamma_1 e^{\gamma_2 t_0} \, ||x_2(t_0)||_2 \, e^{-\gamma_2 t} \quad \forall \; t \geq t_0 \end{aligned}$$

være oppfylt, hvor γ_1 *og* γ_2 *er positive konstanter. Det kan sees at Antagelse A.4 fra Tillegg A.2 er oppfylt, da*

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{\infty} ||x_2(t, t_0)|| \; \mathrm{d}t &\leq \int_{t_0}^{\infty} \gamma_1 e^{\gamma_2 t_0} \, ||x_2(t_0)||_2 \, e^{-\gamma_2 t} \, \mathrm{d}t \\ &\leq \gamma_1 e^{\gamma_2 t_0} \, ||x_2(t_0)||_2 \int_{t_0}^{\infty} e^{-\gamma_2 t} \, \mathrm{d}t \\ &\leq \gamma_1 e^{\gamma_2 t_0} \, ||x_2(t_0)||_2 \left[-\frac{1}{\gamma_2} e^{-\gamma_2 t} \right]_{t=t_0}^{\infty} \\ &\leq \gamma_1 e^{\gamma_2 t_0} \, ||x_2(t_0)||_2 \left(\frac{1}{\gamma_2} e^{-\gamma_2 t_0} \right) \\ &\leq \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \, ||x_2(t_0)||_2 \\ &\leq \alpha \left(||x_2(t_0)||_2 \right), \end{aligned}$$

hvor

$$\alpha\left(\|x_2(t_0)\|_2\right) = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}\|x_2(t_0)\|_2$$

er en klasse $\mathcal{K}$ funksjon.

Det kan sees at løsningene til $\dot{x}_2 = f_2(x_2)$ er globalt uniformt bundet da

$$\begin{aligned}\|x_2(t,t_0)\|_2 &\leq \gamma_1 e^{\gamma_2 t_0}\|x_2(t_0)\|_2\, e^{-\gamma_2 t} \quad \forall\ t \geq t_0 \\ &\leq \alpha\left(\|x_2(t_0)\|_2\right) + c \quad \forall\ t \geq t_0,\end{aligned}$$

hvor

$$\alpha\left(\|x_2(t_0)\|_2\right) = \gamma_1 e^{\gamma_2 t_0} e^{-\gamma_2 t}\|x_2(t_0)\|_2$$

er en klasse $\mathcal{K}$ funksjon og c er en vilkårlig positiv konstant. Ettersom systemet $\dot{x}_1 = f_1(x_1)$ er semiglobalt eksponentielt stabilt, systemet $\dot{x}_2 = f_2(x_2)$ er globalt eksponentielt stabilt og globalt uniformt bundet og Antagelsene A.2-A.4 er oppfylt, kan det fra Teorem A.1 og Påstand A.1 konkluderes med at kaskaden (4.15)-(4.18) er semiglobal eksponentiell stabil.

■

4.4 Estimator for regulering med drivmoment

Det vil bli foreslått en eksponentiell stabil estimator for masssestrømmen, som kan benyttes i regulatoren fra Teorem 3.2. Det vil først vises en eksponentiell stabil estimator for massestrømmen i systemet (2.6)-(2.8). Dernest vil et separasjonsprinsipp for regulator og estimator bli vist, hvilket innebærer at systemet forblir stabilt når estimert verdi benyttes i regulatoren og at regulator og estimator kan tunes hver for seg.

4.4.1 Estimator for massestrøm

Estimerte tilstander vil bli betegnet $(\hat{\cdot})$ og avvik mellom estimerte og virkelige tilstander vil bli betegnet $(\tilde{\cdot})$.

Definisjon 4.2. *(Estimeringsavvik)*

$$\tilde{m} = m - \hat{m}$$

■

Estimatordynamikken fremkommer ved å koppiere (2.7) og legge til et korreksjonsledd

$$\dot{\hat{m}} = \frac{A_1}{L_c}(\psi_c(\hat{m}, \omega)p_{01} - p) + k_{\tilde{m}}\tilde{m}, \tag{4.25}$$

hvor $k_{\tilde{m}}\tilde{m}$ er korreksjonsleddet. For notasjonens skyld vil $\psi_c(\hat{m}, \omega)$ betegnes $\hat{\psi}_c$. Estimatoren (4.25) er ikke implementerbar, da den benytter tilstanden m. Dette kan løses som i [21] ved å definere variabelen

$$z = \hat{m} - k_z p, \tag{4.26}$$

hvor k_z er en konstant som kan velges fritt. Ved å benytte (2.7) finnes den deriverte av (4.26) som

$$\begin{aligned}
\dot{z} &= \dot{\hat{m}} - k_z\dot{p} \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - p) + k_{\tilde{m}}\tilde{m} - k_z\frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t) \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_z\frac{a_{01}^2}{V_p}m_t + k_{\tilde{m}}m - k_z\frac{a_{01}^2}{V_p}m \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_z\frac{a_{01}^2}{V_p}m_t + (k_{\tilde{m}} - k_z\frac{a_{01}^2}{V_p})m,
\end{aligned} \tag{4.27}$$

hvor k_z velges slik at $\dot{z}$ blir uavhengig av m

$$k_z = \frac{V_p}{a_{01}^2}k_{\tilde{m}} \tag{4.28}$$

Estimatet $\hat{m}$ kan nå implementeres ved å benytte (4.26), (4.27) og (4.28)

$$\hat{m} = z + k_z p \tag{4.29}$$

$$\dot{z} = \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}}m_t, \tag{4.30}$$

hvor målinger av p og ω benyttes.

Stabilitet av estimatoren vil bli vist ved å vise at feildynamikken har et stabilt likevektspunkt i origo. Dette likevektspunktet innebærer at estimert og virkelig verdi vil være like. Ved å benytte Definisjon 4.2 og estimatordynamikken (4.25) finnes den deriverte av feildynamikken som

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{m}} &= \dot{m} - \dot{\hat{m}} \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\psi_c p_{01} - p) - \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - p) - k_{\tilde{m}}\tilde{m} \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\psi_c p_{01} - \hat{\psi}_c p_{01}) - k_{\tilde{m}}\tilde{m} \\
&= \frac{A_1}{L_c}\tilde{\psi}_c p_{01} - k_{\tilde{m}}\tilde{m},
\end{aligned} \tag{4.31}$$

hvor $\tilde{\psi}_c = \psi_c - \hat{\psi}_c$.

Påstand 4.2. *(Global eksponentiell stabil feildynamikk)*
Estimatorforsterkningen

$$k_{\tilde{m}} > 2\frac{A_1}{L_c}\sup\left\{\frac{\partial\psi_c}{\partial m}\right\}p_{01} + \delta_2$$

hvor $\delta_2 > 0$*, gjør origo i modellen (4.31) globalt eksponentielt stabilt.*

∎

For implementering av estimatoren benyttes de modellavhengige egenskapene $\frac{A_1}{L_c}$ og $\hat{\psi}_c$. Dette krever at konstantene A_1 og L_c må være kjent, og at kompressorkarakteristikken bør være godt kjent.

Bemerkning 4.2. *Estimatorforsterkningen baserer seg på samme egenskap som Teorem 3.1 og Teorem 3.2, den er nedre begrenset av stigningstallet til kompressorkarakteristikken.*

Bemerkning 4.3. *Feildynamikken for estimert massestrøm og kravet tilestimatorforsterkningen blir blir identisk lik det som ble funnet for regulering med tett koblet ventil.*

Bevis. *Bevisføringen blir identisk lik bevisføringen for Påstand 4.1, da (4.31) er identisk lik (4.7).*

∎

4.4.2 Separasjonsprinsipp

Det vil her bli sett på stabilitetsegenskapene til systemet fra Teorem 3.2 når den estimerte massestrømmen fra Påstand 4.2 blir benyttet i regulatoren. For å undersøke stabiliteten vil resultatene fra [15] bli benyttet. De resultatene som benyttes her er gjengitt i Tillegg A.2.

Teorem 4.2. *(Global eksponentiell stabil regulator)*
Regulatoren fra Teorem 3.2 hvor en benytter den estimerte massestrømmen fra estimatoren i Påstand 4.2, gjør origo i modellen (3.13)-(3.15) globalt eksponentielt stabilt.

∎

Det viser seg at selv om regulatoren fra Teorem 3.2 benytter seg av den estimerte massestrømmen forblir det regulerte systemet eksponentielt stabilt.

Bevis. *Fra Teorem 3.2 kan det sees at*

$$\begin{aligned}\dot{\bar{p}} &= \frac{a_{01}^2}{V_p}(\bar{m} - \bar{m}_t) \\ \dot{\bar{m}} &= \frac{A_1}{L_c}(\bar{\psi}_c - \bar{p}) \\ \dot{\bar{\omega}} &= \frac{1}{J}(\bar{\tau}_t - \bar{\tau}_c),\end{aligned}$$

hvor

$$\begin{aligned}\bar{\tau}_t &= -k_{\bar{\omega}}\bar{\omega} - k_{\bar{m}}\bar{m} \\ &= -k_{\bar{\omega}}\bar{\omega} - k_{\bar{m}}(m - m_0)\end{aligned}$$

er pådraget som benytter seg av tilbakekobling fra massestrømmen. Det er ønskelig å erstatte målingen av massestrømmen med den estimerte verdien av massestrømmen, slik at

$$\bar{\tau}_t = -k_{\bar{\omega}}\bar{\omega} - k_{\bar{m}}(\hat{m} - m_0). \tag{4.32}$$

Ved å benytte Definisjon 4.2 kan (4.32) skrives som

$$\begin{aligned}-k_{\bar{\omega}}\bar{\omega} - k_{\bar{m}}(\hat{m} - m_0)& \\ &= -k_{\bar{\omega}}\bar{\omega} - k_{\bar{m}}(m - \tilde{m} - m_0) \\ &= -k_{\bar{\omega}}\bar{\omega} - k_{\bar{m}}(m - m_0) + k_{\bar{m}}\tilde{m} \\ &= -k_{\bar{\omega}}\bar{\omega} - k_{\bar{m}}\bar{m} + k_{\bar{m}}\tilde{m},\end{aligned}$$

hvilket innebæreer at modellen

$$\dot{\bar{p}} = \frac{a_{01}^2}{V_p}(\bar{m} - \bar{m}_t) \tag{4.33}$$

$$\dot{\bar{m}} = \frac{A_1}{L_c}(\bar{\psi}_c - \bar{p}) \tag{4.34}$$

$$\dot{\bar{\omega}} = \frac{1}{J}(\bar{\tau}_t - \bar{\tau}_c) + \frac{1}{J}k_{\bar{m}}\tilde{m} \tag{4.35}$$

er det regulerte systemet fra Teorem 3.2, hvor estimatet av massestrømmen blir benyttet i regulatoren. Systemet (4.33)-(4.35) kan skrives på samme form som kaskaden (A.1)-(A.2)

hvor

$$
\begin{aligned}
x_1 &= \begin{bmatrix} \bar{p} \\ \bar{m} \\ \bar{\omega} \end{bmatrix} \\
x_2 &= \tilde{m} \\
f_1(x_1) &= \begin{bmatrix} \frac{a_{01}^2}{V_p}(\bar{m} - \bar{m}_t) \\ \frac{A_1}{L_c}(\bar{\psi}_c p_{01} - \bar{p}) \\ \frac{1}{J}(\bar{\tau}_t - \bar{\tau}_c) \end{bmatrix} \\
f_2(x_2) &= \frac{A_1}{L_c}(\tilde{\psi}_c p_{01} - k_{\tilde{m}}\tilde{m}) \\
g(x) &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J}k_{\bar{m}} \end{bmatrix} \\
&= G,
\end{aligned}
$$

hvor $f_1(x_1)$, $f_2(x_2)$ og $g(x)$ er kontinuerlige og de har kontinuerlige deriverte av 1. orden (hvilket garanterer Lipschitz). Videre er $||g(x)|| = ||G||$ konstant, hvilket innebærer at den er mindre eller lik en vilkårlig ikke avtagende funksjon.

Systemet $\dot{x}_1 = f_1(x_1)$ er systemet fra Teorem 3.2. Dette systemet har globalt eksponentielt stabilt likevektspunkt for $x_1 = 0$. Stabiliteten ble vist med Lyapunovfunksjonen

$$
\begin{aligned}
V(\bar{p}, \bar{m}, \bar{\omega}) &= \frac{1}{2}(k_1\bar{p}^2 + k_2\bar{m}^2 + \bar{\omega}^2) \\
&= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \bar{p} \\ \bar{m} \\ \bar{\omega} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{p} \\ \bar{m} \\ \bar{\omega} \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{2}x_1^T K x_1,
\end{aligned}
\tag{4.36}
$$

hvor $k_i > 0 \quad \forall\ i \in \{1, ..., 3\}$.

Systemet $\dot{x}_2 = f_2(x_2)$ er systemet fra Påstand 4.2. Dette systemet har globalt eksponentielt stabilt likevektspunkt for $x_2 = 0$.

Den partiellderiverte av (4.36) er

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial x_1} &= \begin{bmatrix} k_1\bar{p} & k_2\bar{m} & k_3\bar{\omega} \end{bmatrix} \\
&= x_1^T K.
\end{aligned}
\tag{4.37}
$$

Videre kan det sees at

$$\begin{aligned}\left|\left|\frac{\partial V}{\partial x_1}\right|\right|_2 &= \left|\left|x_1^T K\right|\right|_2 \\ &\leq \left|\left|K\right|\right|_2 \left|\left|x_1\right|\right|_2 \end{aligned} \tag{4.38}$$

og

$$\left|\left|x_1\right|\right|_2 = \sqrt{\bar{p}^2 + \bar{m}^2 + \bar{\omega}^2}. \tag{4.39}$$

Ved å benytte (4.36), (4.38) og (4.39) kan det vises at

$$\begin{aligned}\left|\left|\frac{\partial V}{\partial x_1}\right|\right|_2 \left|\left|x_1\right|\right|_2 &\leq \left|\left|K\right|\right|_2 \left|\left|x_1\right|\right|_2^2 \\ &\leq \left|\left|K\right|\right|_2 (\bar{p}^2 + \bar{m} + \bar{\omega}) \\ &\leq c_1 V(x_1), \end{aligned} \tag{4.40}$$

hvor $c_1 > 0$ velges tilstrekkelig stor. Videre kan det ved å benytte (4.36), (4.38) og $\|x_1\|_2 \leq \eta$ vises at

$$\begin{aligned}\left|\left|\frac{\partial V}{\partial x_1}\right|\right|_2 &= \left|\left|x_1^T K\right|\right|_2 \\ &\leq \left|\left|K\right|\right|_2 \left|\left|x_1\right|\right|_2 \\ &\leq \left|\left|K\right|\right|_2 \eta \\ &\leq c_2, \end{aligned} \tag{4.41}$$

hvor $c_2 \geq \left|\left|K\right|\right|_2 \eta$. Fra (4.41) og (4.40) kan det sees at Antagelse A.2 fra Tillegg A.2 er tilfredstilt.

Det kan sees at Antagelse A.3 fra Tillegg A.2 er tilfredstilt ved å velge de to funksjonene $\theta_1, \theta_2 : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ som

$$\begin{aligned}&\theta_1(\|x_2\|_2) \geq \left|\left|G\right|\right|_2 \\ &\theta_2(\|x_2\|_2) = 0, \end{aligned}$$

hvilket innebærer at

$$\begin{aligned}\|g(x)\|_2 &= \|G\|_2 \\ &\leq \theta_1(\|x_2\|_2) + \theta_2(\|x_2\|_2)\|x_1\|_2. \end{aligned}$$

Ettersom feildynamikken til estimatoren er eksponentiell stabil, det vil si origo av $x_2 = f_2(x_2)$ er eksponentiell stabil, vil ulikheten

$$\begin{aligned}\left|\left|x_2(t, t_0)\right|\right|_2 &\leq \gamma_1 \left|\left|x_2(t_0)\right|\right|_2 e^{-\gamma_2(t-t_0)} \quad \forall\ t \geq t_0 \\ &\leq \gamma_1 e^{\gamma_2 t_0} \left|\left|x_2(t_0)\right|\right|_2 e^{-\gamma_2 t} \quad \forall\ t \geq t_0 \end{aligned}$$

være oppfylt, hvor γ_1 og γ_2 er positive konstanter. Det kan sees at Antagelse A.4 fra Tillegg A.2 er oppfylt, da

$$\begin{aligned}
\int_{t_0}^{\infty} ||x_2(t,t_0)||\ \mathrm{d}t &\leq \int_{t_0}^{\infty} \gamma_1 e^{\gamma_2 t_0} \left|\left|x_2(t_0)\right|\right|_2 e^{-\gamma_2 t}\,\mathrm{d}t \\
&\leq \gamma_1 e^{\gamma_2 t_0} \left|\left|x_2(t_0)\right|\right|_2 \int_{t_0}^{\infty} e^{-\gamma_2 t}\,\mathrm{d}t \\
&\leq \gamma_1 e^{\gamma_2 t_0} \left|\left|x_2(t_0)\right|\right|_2 \left[-\frac{1}{\gamma_2} e^{-\gamma_2 t}\right]_{t=t_0}^{\infty} \\
&\leq \gamma_1 e^{\gamma_2 t_0} \left|\left|x_2(t_0)\right|\right|_2 \left(\frac{1}{\gamma_2} e^{-\gamma_2 t_0}\right) \\
&\leq \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \left|\left|x_2(t_0)\right|\right|_2 \\
&\leq \alpha\left(\left|\left|x_2(t_0)\right|\right|_2\right),
\end{aligned}$$

hvor

$$\alpha\left(\left|\left|x_2(t_0)\right|\right|_2\right) = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \left|\left|x_2(t_0)\right|\right|_2$$

er en klasse $\mathcal{K}$ funksjon.

Det kan sees at løsningene til $\dot{x}_2 = f_2(x_2)$ er globalt uniformt bundet da

$$\begin{aligned}
\left|\left|x_2(t,t_0)\right|\right|_2 &\leq \gamma_1 e^{\gamma_2 t_0} \left|\left|x_2(t_0)\right|\right|_2 e^{-\gamma_2 t} \quad \forall\ t \geq t_0 \\
&\leq \alpha\left(\left|\left|x_2(t_0)\right|\right|_2\right) + c \quad \forall\ t \geq t_0,
\end{aligned}$$

hvor

$$\alpha\left(\left|\left|x_2(t_0)\right|\right|_2\right) = \gamma_1 e^{\gamma_2 t_0} e^{-\gamma_2 t} \left|\left|x_2(t_0)\right|\right|_2$$

er en klasse $\mathcal{K}$ funksjon og c er en vilkårlig positiv konstant. Ettersom systemet $\dot{x}_1 = f_1(x_1)$ er semiglobalt eksponentielt stabilt, systemet $\dot{x}_2 = f_2(x_2)$ er globalt eksponentielt stabilt og globalt uniformt bundet og Antagelsene A.2-A.4 er oppfylt, kan det fra Teorem A.1 og Påstand A.1 konkluderes med at kaskaden (4.33)-(4.35) er global eksponentiell stabil.

■

Kapittel 5

Simulering

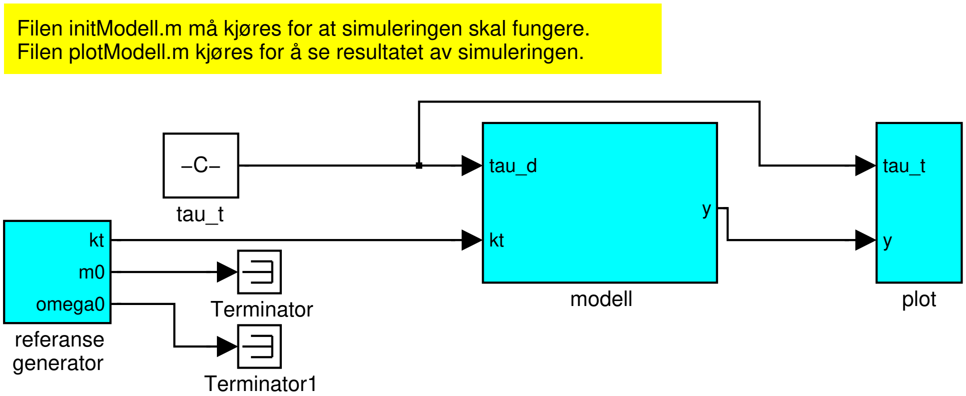
5.1 Innledning

Det vil i dette kapittlet gjøres simuleringer av de regulatorene og estimatorene som er presentert i de foregående kapitlene. Simuleringene vil benytte modellen fra Kapittel 2 med følgende parametere:

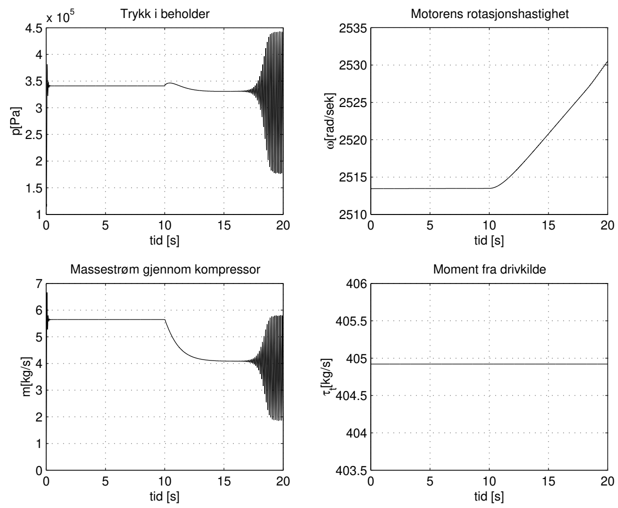
$$
\begin{aligned}
&a_{01} = 347 \left[\frac{m}{s}\right] \\
&V_p = 0.03125[m^3] \\
&A_1 = 0.0414[m^2] \\
&L_c = 50[m] \\
&J = 60[kgm^2] \\
&p_{01} = 10^5[Pa] \\
&\sigma = 0.9 \\
&r_2 = 0.178[m]
\end{aligned}
$$

Simuleringene benytter Euler integrator, Matlab funksjonen `ode1`, med en fast tastetid på $T = 0.005$. Det viste seg at modellen var veldig sensitiv vedrørende integrator metoder og tastetid. Metoden og tastetiden som ble benyttet gav fornuftige resultat i forhold til hva som var forventet. Samtlige av simuleringene vil benytte initialbetingelsene $[p, m, \omega]^T = [10^5, 0, 2513.3]^T$ med mindre annet blir spesifisert.

For å vise at modellen kan simulere surge, simuleres modellen uten regulering. Kompressoren arbeider først i et stabilt likevektspunkt. Etter $t = 10s$, drives likevektspunktet over til et ustabilt likevektspunkt til venstre for surgelinjen. Dette gjøres ved å forandre åpningen på strupeventilen. Forandringen av ventilens åpning skjer over en periode på ett sekund, som skal gjenskape manuell forandring av ventilens åpning. Simuleringen er gjort med konstant drivmoment, $\tau_t = 405Nm$, og forandringen i ventilåpningen skapes ved et sprang i k_t, fra $k_t = 0.0085$ (stabilt arbeidspunkt) til $k_t = 0.0115$ (ustabilt likevektspunkt), som filtreres gjennom et første ordens filter med tidskonstant $T = 1$.



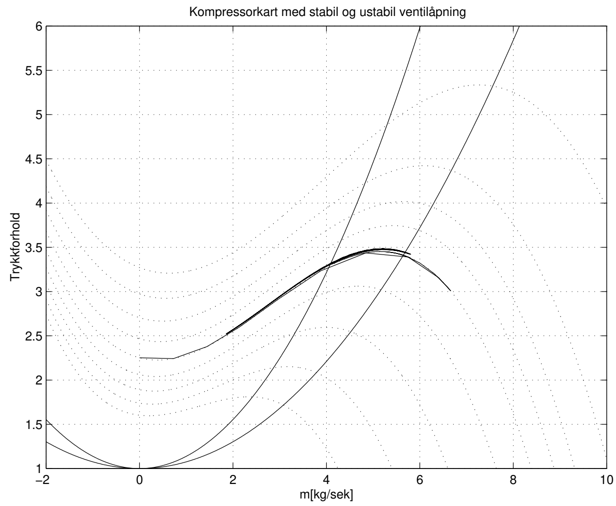
Figur 5.1: `Simulink`-diagram for simulering av surge



Figur 5.2: Tilstander for stabilt og ustabilt likevektspunkt

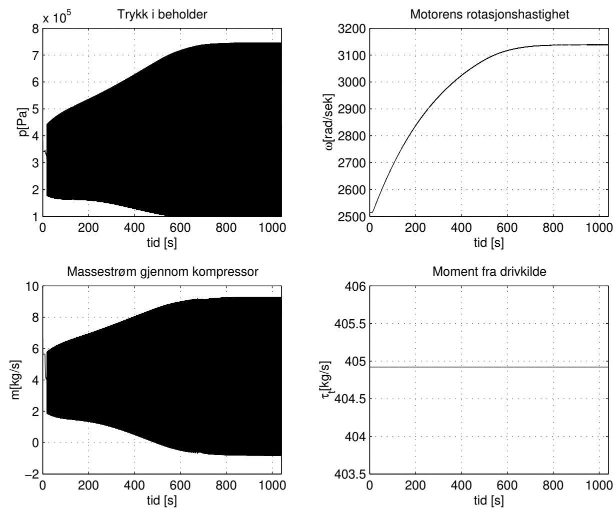
Fra Figur 5.2 kan det sees at systemet faller til ro i det stabile likevektspunktet (før $t = 10s$). Videre kan det sees at systemet går inn i surge etter at likevektspunktet er flyttet inn i det ustabile området. Dette kan sees fra de stående svingningene i p, m og ω. Fra figuren kan det se ut som om ω ikke bare er utsatt for relativt små stående svingninger, men er i ferd med "å ta av". Dette er imidlertid ikke tilfellet, men skyldes at simuleringen ikke er gjort over en tilstrekkelig lang periode.

Figur 5.3 viser den samme simuleringen som Figur 5.2, hvor systemets trajektor er tegnet i kompressorkartet sammen med de to ventilåpningene. Det kan se ut som om trajektoren



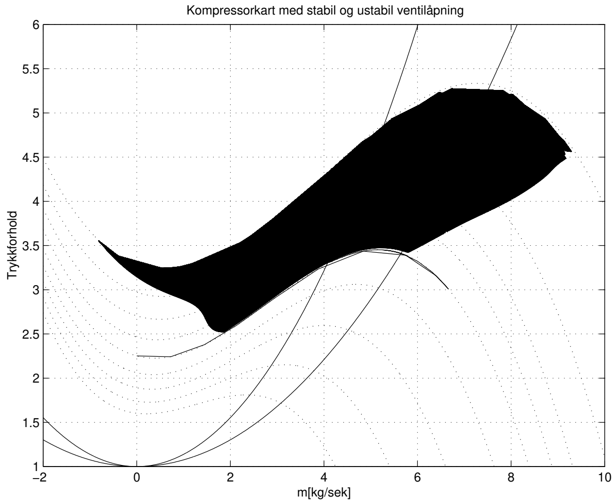
Figur 5.3: Systemets trajektor i kompressorkartet for stabilt og ustabilt likevektspunkt

beveger seg frem og tilbake på samme hastighetskurve. Dette er ikke tilfellet, hvilket kan sees fra Figur 5.2.



Figur 5.4: Tilstander for stabilt og ustabilt likevektspunkt

Figur 5.4 og Figur 5.5 viser den samme simulering som Figur 5.2 og Figur 5.3, men simuleringen er gjort over en lengre periode. Figur 5.4 viser tilstandene til systemet samt det påtrykte drivmomentet. Tidsskalaen er så stor at det stabile forløpet nesten ikke kan sees. Det som er interessant med denne figuren er at en har stående svingninger i alle tilstander, og de stående svingningene i p og m er økende i amplitude med økende ω. Det kan også sees fra figuren at amplituden på de stående svingningene i p og m går mot en konstant verdi når ω faller til ro. Det ser tilsynelatende ut som om ω ikke er utsatt for stående svingninger, men ved nærmere ettersyn viser det seg at den er utsatt for stående svingninger med en amplitude på $0.2[\frac{rad}{s}]$.



Figur 5.5: Systemets trajektor i kompressorkartet for stabilt og ustabilt likevektspunkt

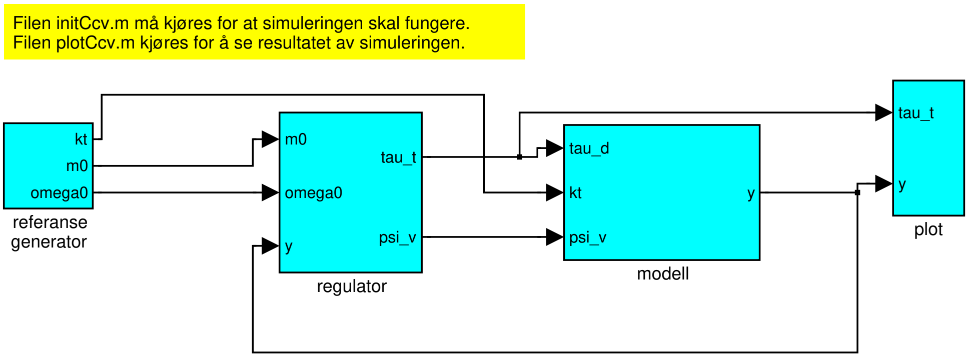
Figur 5.5 viser den samme simuleringen som Figur 5.4, hvor systemets trajektor er tegnet i kompressorkartet sammen med de to ventilåpningene. Her kommer det tydelig fram at systemet er utsatt for stående svingninger i p og m og at rotasjonshastighetenhastigheten øker frem til den siste hastighetslinjen i kompressorkartet.

Simuleringen vist i Figur 5.2 viser at systemet er stabilt i likevektspunkt til høyere for surgelinjen, mens i Figur 5.4 og Figur 5.5 viser at systemet går inn i en dyp surge når likevektspunktet flyttes over på den venstere siden av surgelinjen, da de stående svingningene i massestrømmen er helt nede i negativ massestrøm.

5.2 Simulering for regulering med tett koblet ventil

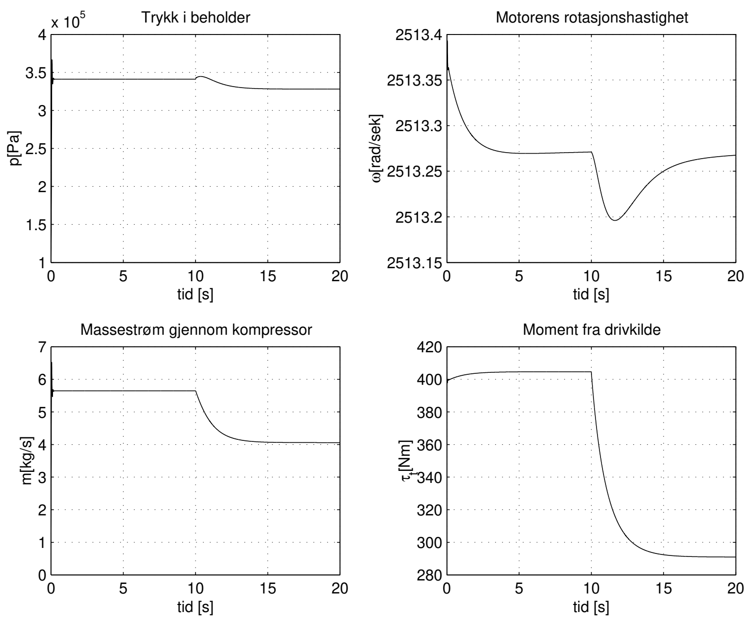
Simuleringene i dette avsnittet vil alle benytte det samme scenario. Kompressoren arbeider først i et stabilt likevektspunkt. Etter $t = 10s$, drives arbeidspunktet over til et likevektspunkt til venstre for surgelinjen. Dette gjøres ved å forandre åpningen på strupeventilen. Forandringen av ventilens åpning skjer over en periode på ett sekund, som skal gjenskape en manuell forandring av ventilens åpning. Forandringen i ventilåpningen skapes ved et sprang i k_t, fra $k_t = 0.0085$ (stabilt arbeidspunkt) til $k_t = 0.0115$ (ustabilt likevektspunkt), som filtreres gjennom et første ordens filter med tidskonstant $T = 1$. Ønsket settpunkt for rotasjonshastigheten er satt til $N = 400[\frac{1}{s}]$ hvilket tilsvarer $\omega \approx 2513.3[\frac{rad}{sek}]$.

Regulatoren benytter seg også av likevektspunktet til massestrømmen. Disse likevektspunktene velges henholdsis som $m_{01} \approx 5.65$ ($k_t = 0.0085$) og $m_{02} \approx 4.03$ ($k_t = 0.0115$), som tilsvarer likevektspunkter gitt av ønsket rotasjonshastighet og ventilåpning. Forandringen av likevektspunktet til massestrømmen skjer på tilsvarende måte som forandringen av ventilåpningen.



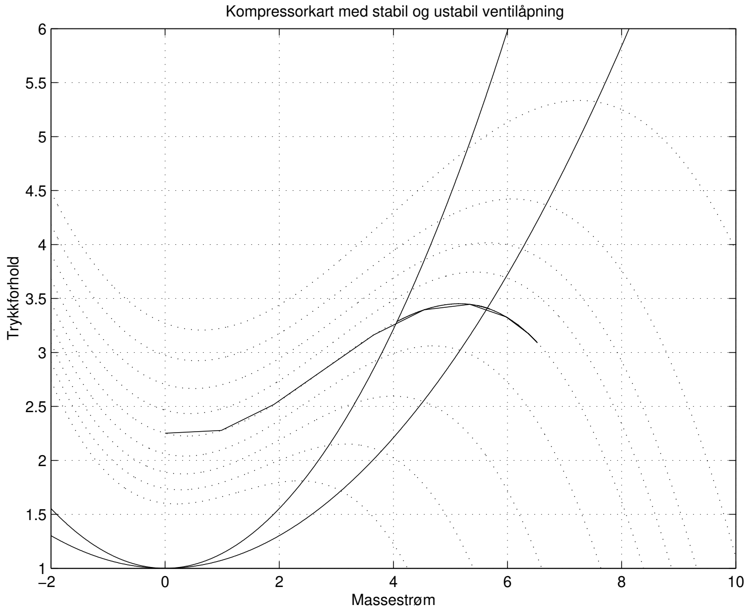
Figur 5.6: `Simulink`-diagram for simulering av surgeregulator fra Teorem 3.1

Regulatoren fra Teorem 3.1 er simulert for $k_v = 0.2$, $k_p = 60$ og $k_i = 7$. Figur 5.6 viser `simulink`-diagrammet som ble benyttet under simuleringen. Resultatet av simuleringen er vist i Figur 5.7 og Figur 5.8



Figur 5.7: Tilstanders forløp under simulering av surgeregulator fra Teorem 3.1

Figur 5.7 viser systemets tilstander samt det påtrykte momentet. Fra figuren kan det sees at systemet forblir stabilt selv etter at arbeidspunktet har beveget seg over til venstere side av surge linjen. Det kan sees at regulatoren "arbeider" idet arbeidspunktet flyttes, men systemet faller igjen til ro ved riktig rotasjonshastighet. Det kan også sees at pådragets forløp er "fornuftig", da det har en jevn og fin kurve fra det ene likevektspunktet til det andre.

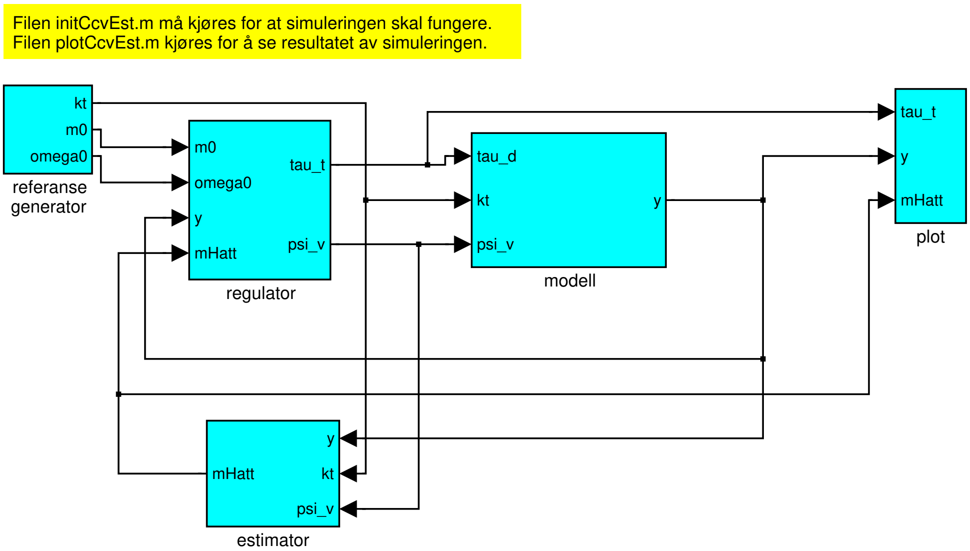


Figur 5.8: Systemets trajektor i kompressorkartet under simulering av surgeregulator fra Teorem 3.1

Figur 5.8 viser den samme simuleringen som Figur 5.7, hvor systemets trajektor er tegnet i kompressorkartet sammen med de to ventilåpningene. Det kan sees at trajektoren holder seg på den samme hastighetskurven, $N = 400[\frac{1}{s}]$, under hele simuleringen. Fra figuren kan det også sees at trajektoren har vært helt ned mot null massestrømm. Dette skyldes initialbetingelser og kan sees i Figur 5.7 som vertikale streker helt i begynnelsen av simuleringen.

Målestøy vil være en potensiell destabiliserende faktor for regulatorsystemet. Støy vil også kunne føre til slitasje av utstyret, da den kan gi "urolig" drivmoment. For hastighetsregulatoren vil støy kunne undertrykkes ved å velge k_p og k_i små nok til at støy i hastighetsmålingen ikke får store utslag i drivmomentet. Lavere k_p og k_i vil føre til en tregere respons for systemet. Forsterkningen i surgeregulatoren er nedre begrenset av stigningstallet til kompressorkarakteristikken, og det er dermed en begrensning i hvor lav denne forsterkningen kan velges. Undertrykking av støy i målingen av massestrømmen vil derfor være begrenset.

Regulatoren fra Teorem 4.1 er simulert for $k_v = 0.2$, $k_p = 60$, $k_i = 7$ og $k_{\tilde{m}} = 33.12$.



Figur 5.9: `Simulink`-diagram for simulering av surgeregulator fra Teorem 4.1

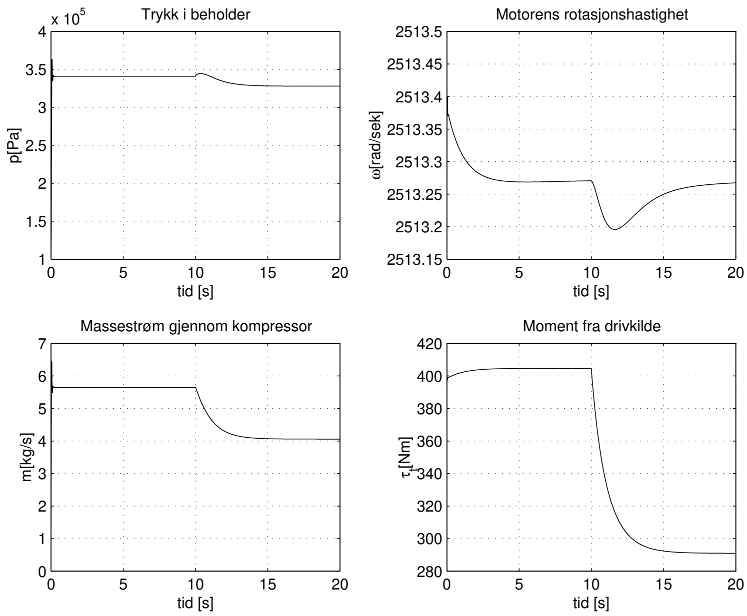
Figur 5.9 viser `simulink`-diagrammet som ble benyttet under simuleringen. Resultatet av simuleringen er vist i Figur 5.10 og Figur 5.11.

Figur 5.10 er nesten identisk lik Figur 5.7, hvilket tyder på det ikke er noen forskjell om en benytter virkelig eller estimert massestrøm i tilbakekoblingen. Denne simuleringen er imidlertid gjort for ideelle forhold med hensyn på modell og støy.

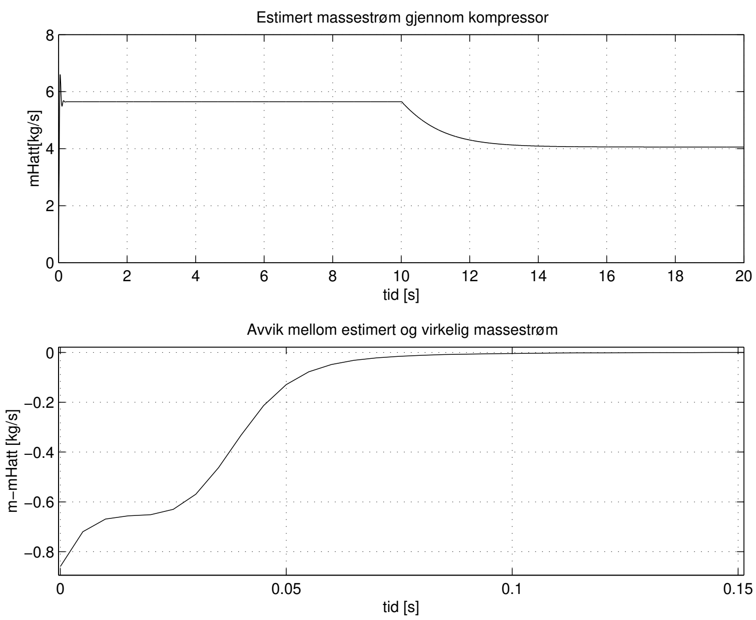
Figur 5.11 viser hvordan den estimerte massestrømmen nærmer seg den virkelige verdien. Det øverste plottet i figuren viser forløpet til den estimerte massestrømmen, mens det nedre plottet i figuren viser forløpet med hensyn på avviket mellom virkelig og estimert verdi. Det kan sees at den estimerte verdien konvergerer relativt raskt til virkelig verdi. Merk forskjellen i tidsskalaen på plottene i figuren. Det nederste plottet er forstørret for å vise at den estimerte verdien konvergerer til virkelig verdi. For det resterende av simuleringen forblir avviket null.

Estimatorens robusthet med hensyn på målestøy vil nå undersøkes. For å undersøke dette benyttes den oprinnelige regulatoren (uten estimerte verdier). Estimatoren benytter målinger med målestøy, mens regulatoren benytter målinger uten overlagt målestøy. Dette gjøres for å holde det regulerte systemet støyfritt, da det er støyens innvirkning på estimatoren som skal undersøkes.

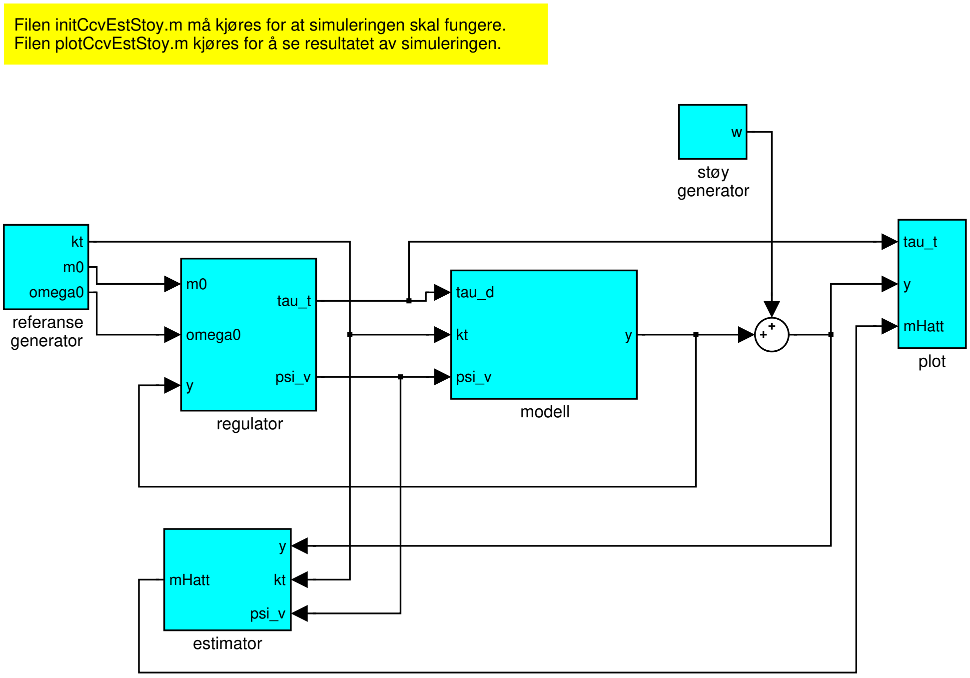
Figur 5.12 viser `simulink`-diagrammet som ble benyttet under simuleringen. Det vil først simuleres et tilfelle hvor trykkmålingen er utsatt for hvitt støy med middelverdi null og amplitude på $\pm 10\%$ av måleverdien $(\pm 3.5 \cdot 10^4 [Pa])$.



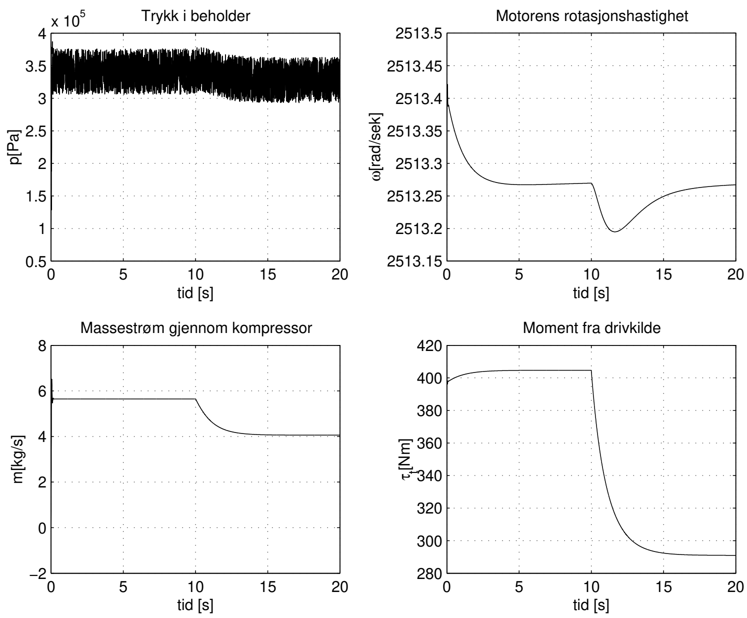
Figur 5.10: Tilstanders forløp under simulering av surgeregulator fra Teorem 4.1



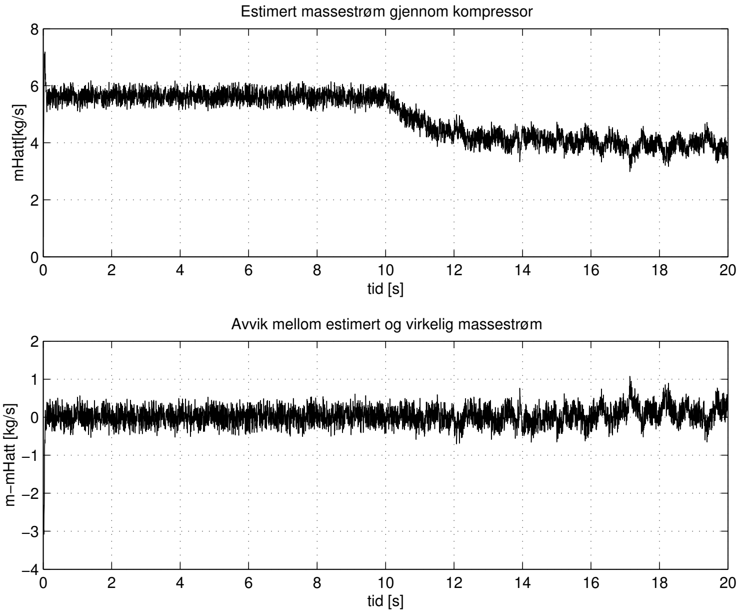
Figur 5.11: Den estimerte massestrømmens forløp under simulering av surgeregulator fra Teorem 4.1



Figur 5.12: Simulink-diagram for simulering av estimatorens robusthet



Figur 5.13: Målinger for estimator under simulering av estimatorens robusthet med hensyn på støy i trykkmålingen



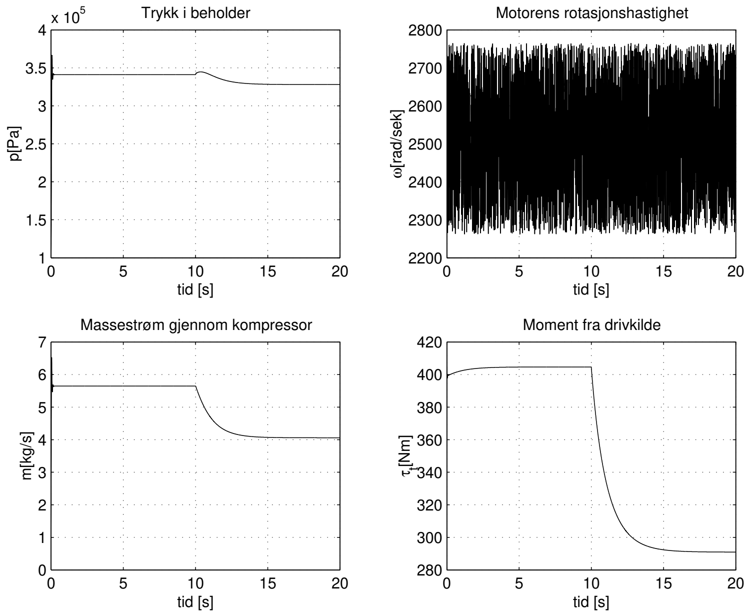
Figur 5.14: Den estimerte massestrømmens forløp under simulering av estimatorens robusthet med hensyn på støy i trykkmålingen

Figur 5.13 og Figur 5.14 viser resultatet av simuleringen med støy i målingen av p. I Figur 5.13 vises det hvilke målinger estimatoren benytter, hvor det kan sees at det er overlagret støy på trykkmålingen. Fra Figur 5.14 kan det sees hvordan denne støyen påvirker estimatoren. Fra figuren kan det sees at utslaget er på ca. ± 0.5 for den estimerte massestrømmen. Hvis denne estimerte verdien skulle benyttes i regulatoren, ville utslaget i drivmomentet vært på ± 0.1 ettersom $k_v = 0.2$.

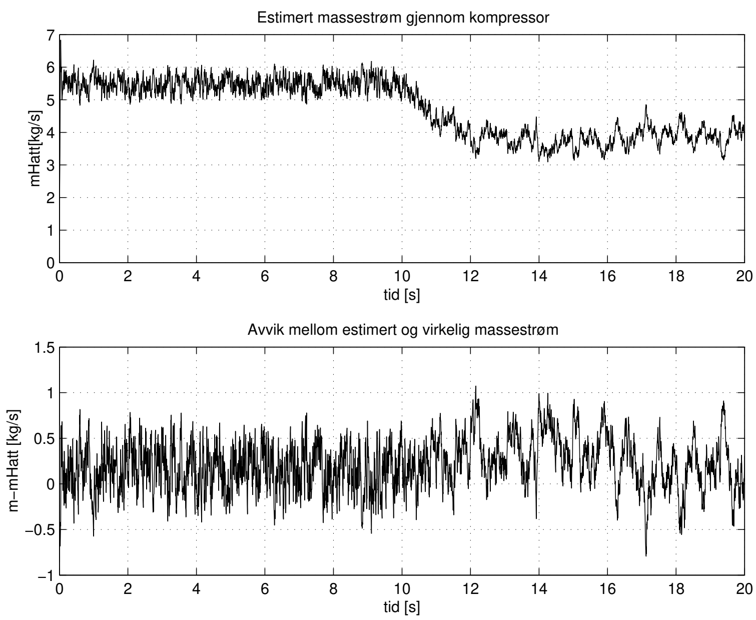
Det vil nå simuleres et tilfelle hvor hastighetsmålingen er utsatt for hvitt støy med middelverdi null og amplitude på $\pm 10\%$ av måleverdien ($\pm 251.3[\frac{rad}{s}]$).

Figur 5.15 og Figur 5.16 viser resultatet av simuleringen med støy i målingen av ω. Figur 5.15 viser hvilke målinger estimatoren benytter, hvor det kan sees at det er overlagret støy på hastighetsmålingen. Fra Figur 5.16 kan det sees hvordan denne støyen påvirker estimatoren. Fra figuren kan det sees at utslaget er på ca. ± 0.5 for den estimerte massestrømmen. Hvis denne estimerte verdien skulle benyttes i regulatoren, ville utslaget i drivmomentet vært på ± 0.1 ettersom $k_v = 0.2$.

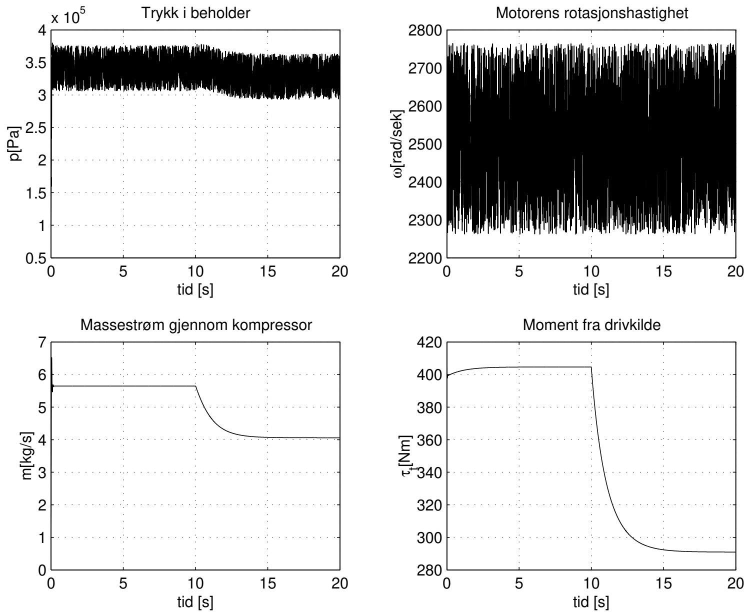
Estimatoren er ulineær og et superposisjonsprinsipp er derfor ikke gyldig med hensyn på de to støysimuleringene. Det er derfor interessant å simulere estimatoren når både trykkmålingen og hastighetsmålingen er utsatt for støy. De overlagte støysignalene vil være tilsvarende de to tidligere simuleringene, hvitt støy med middelverdi null og amplitude $\pm 10\%$ av målingen for både trykk og hastighet.



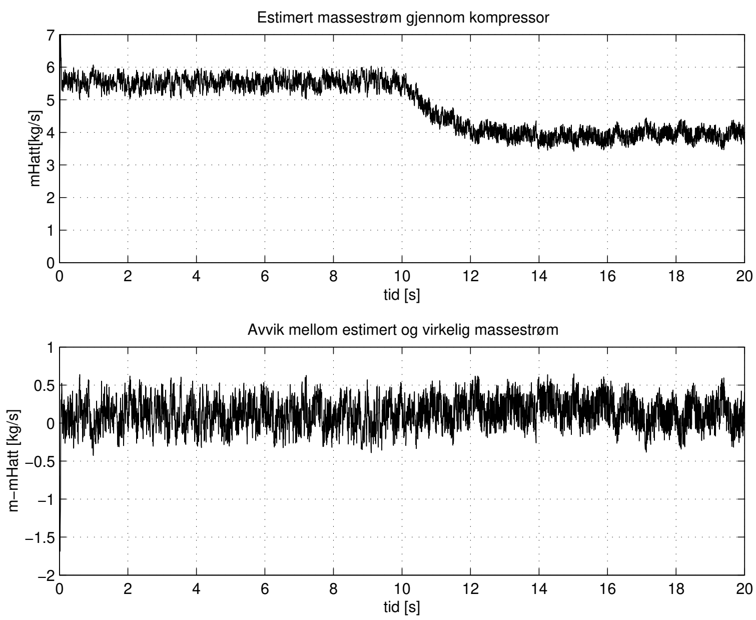
Figur 5.15: Målinger for estimator under simulering av estimatorens robusthet med hensyn på støy i hastighetsmålingen



Figur 5.16: Den estimerte massestrømmens forløp under simulering av estimatorens robusthet med hensyn på støy i hastighetsmålingen



Figur 5.17: Målinger for estimator under simulering av estimatorens robusthet med hensyn på støy i trykk- og hastighetsmåling



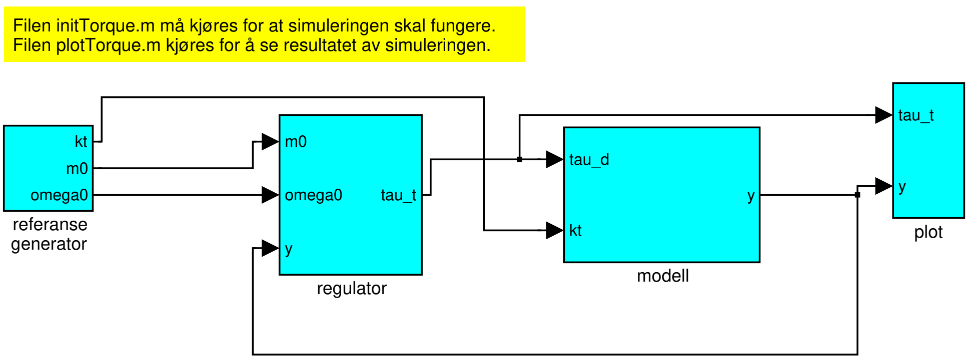
Figur 5.18: Den estimerte massestrømmens forløp under simulering av estimatorens robusthet med hensyn på støy i trykk- og hastighetsmåling

Figur 5.17 og Figur 5.18 viser resultatet av simuleringen med støy i både trykkmålingen og hastighetsmålingen. Figur 5.17 viser hvilke målinger estimatoren benytter. Fra Figur 5.18 kan det sees at målestøyen undertrykkes kraftig i estimatet. Støyen i estimatet ligger mellom -0.4 og 0.6 i forhold til virkelig verdi, hvilket er mindre enn om en skulle addert resultatene fra de to foregående simuleringene.

Fra simuleringene kan det se ut som om estimatoren undertrykker støy fra de målingene den benytter, p og ω. Det er simulert med store amplituder i støysignalene, og støyen blir skallert kraftig ned fra målinger til generert estimat.

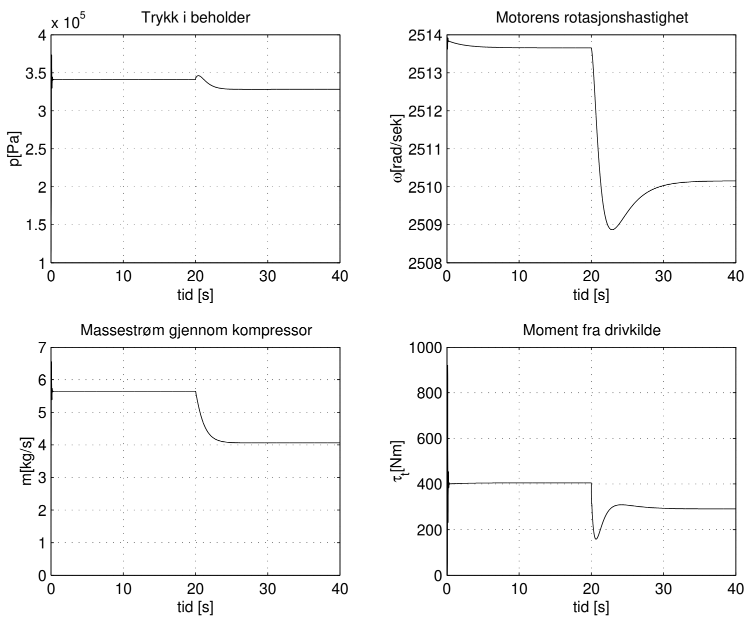
5.3 Simulering for regulering med drivmoment

Simuleringene i dette avsnittet vil alle benytte det samme scenario. Kompressoren arbeider først i et stabilt likevektspunkt. Etter $t = 20s$, drives arbeidspunktet over til et arbeidspunkt til venstre for surgelinjen. Dette gjøres ved å forandre åpningen på strupeventilen. Forandringen av ventilens åpning skjer over en periode på ett sekund, som skal gjenskape en manuell forandring av ventilens åpning. Forandringen i ventilåpningen skapes ved et sprang i k_t, fra $k_t = 0.0085$ (stabilt arbeidspunkt) til $k_t = 0.0115$ (ustabilt likevektspunkt), som filtreres gjennom et første ordens filter med tidskonstant $T = 1$. Ønsket settpunkt for rotasjonshastigheten er satt til $N = 400[\frac{1}{s}]$ hvilket tilsvarer $\omega \approx 2513.3[\frac{rad}{sek}]$. Regulatoren benytter seg også av likevektspunktet til massestrømmen. Disse likevektspunktene velges henholdsis som $m_{01} \approx 5.65$ ($k_t = 0.0085$) og $m_{02} \approx 4.03$ ($k_t = 0.0115$), som tilsvarer likevektspunkter gitt av ønsket rotasjonshastighet og og ventilåpning. Forandringen av likevektspunktet til massestrømmen skjer på tilsvarende måte som forandringen av ventilåpningen.



Figur 5.19: `Simulink`-diagram for simulering av surgeregulator fra Teorem 3.2

Regulatoren fra Teorem 3.2 er simulert for $k_s = 100$, $k_{\bar{\omega}} = 20$ hvilket gir $k_{\bar{m}} = 2000$. Figur 5.19 viser `simulink`-diagrammet som ble benyttet under simuleringen. Resultatet av simuleringen er vist i Figur 5.20 og Figur 5.21



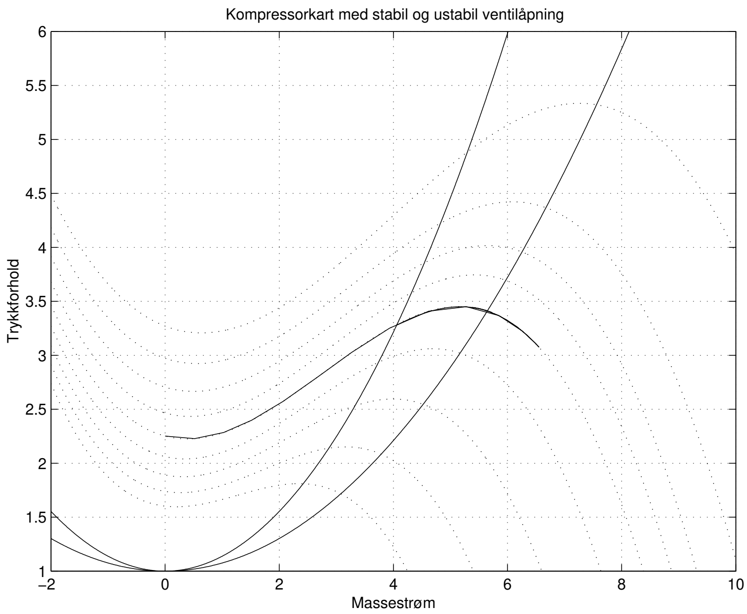
Figur 5.20: Tilstanders forløp under simulering av surgeregulator fra Teorem 3.2

Figur 5.20 viser systemets tilstander samt det påtrykte momentet. Fra figuren kan det sees at systemet forblir stabilt selv etter at arbeidspunktet har beveget seg over til venstre side av surge linjen. Det kan sees at regulatoren "arbeider" idet arbeidspunktet flyttes, men systemet faller igjen til ro. Det kan også sees avvik mellom ønsket og virkelig rotasjonshastighet etter at arbeidspunktet har blitt flyttet over til venstre side av surgelinjen. Ved nærmere undersøkelse av figuren kunne det sees at rotasjonshastigheten trekker mot ønsket hastighet med en forsvinnende lav hastighet.

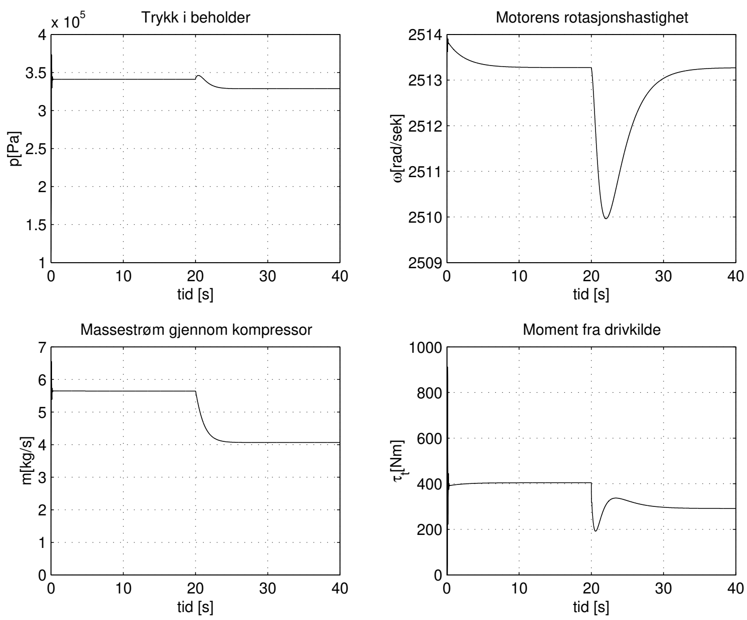
Figur 5.21 viser den samme simuleringen som Figur 5.20, hvor systemets trajektor er tegnet i kompressorkartet sammen med de to ventilåpningene. Det kan sees at trajektoren holder seg tilsynelatende på den samme hastighetskurven, $N = 400[\frac{1}{s}]$, under hele simuleringen. Fra figuren kan det også sees at trajektoren har vært helt ned mot null massestrømm. Dette skyldes initialbetingelser og kan sees i Figur 5.20 som vertikale streker helt i begynnelsen av simuleringen.

Avviket i rotasjonshastigheten kan forklares ut fra regulatorens forsterkninger. For regulatoren gjelder at $k_{\bar{m}}$ er relativt stor i forhold til $k_{\bar{\omega}}$. Dette fører til at avviket i massestrømmen "overstyrer" avviket i rotasjonshastigheten. Det viste seg at ved å velge m_{01} og m_{02} mer nøyaktig, så forsvant avviket i rotasjonshastigheten. Figur 5.22 viser simuleringen gjort for $m_{01} = 5.645343$ og $m_{02} = 4.065880$.

Resultatene fra Figur 5.20 og Figur 5.22 tyder på at regulatoren er sensitiv med hensyn



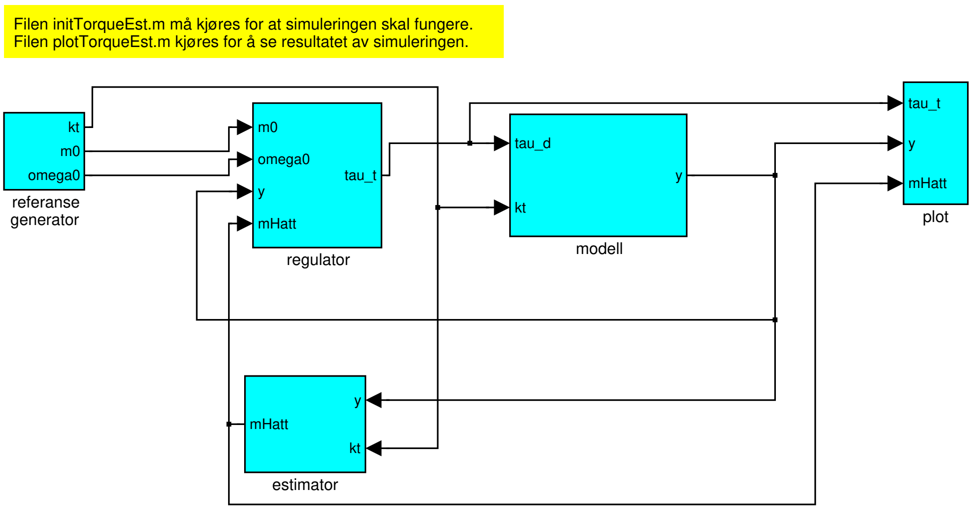
Figur 5.21: Systemets trajektor i kompressorkartet under simulering av surgeregulator fra Teorem 3.2



Figur 5.22: Tilstanders forløp under simulering av surgeregulator fra Teorem 3.2

på m_0. Likevektsverdien m_0 er ikke et settpunkt som det skal reguleres på, men en verdi som er satt på bakgrunn av ønsket rotasjonshastighet og ventilåpningen.

Målestøy vil være en potensiell destabiliserende faktor for regulatorsystemet. Støy vil også kunne føre til slitasje av utstyret, da den kan gi "urolig" drivmoment. For hastighetsregulatoren vil støy kunne undertrykkes ved å velge $k_{\bar{\omega}}$ tilstrekkelig liten, slik at støy i hastighetsmålingen ikke får store utslag i drivmomentet. Lavere $k_{\bar{\omega}}$ vil føre til en tregere respons for systemet. Forsterkningen i surgeregulatoren, k_s, er nedre begrenset av stigningstallet til kompressorkarakteristikken, og det er dermed en begrensning i hvor lav forsterkningen $k_{\bar{m}}$ kan velges. Regulatorens undertrykking av støy i målingen av massestrømmen vil derfor være begrenset.

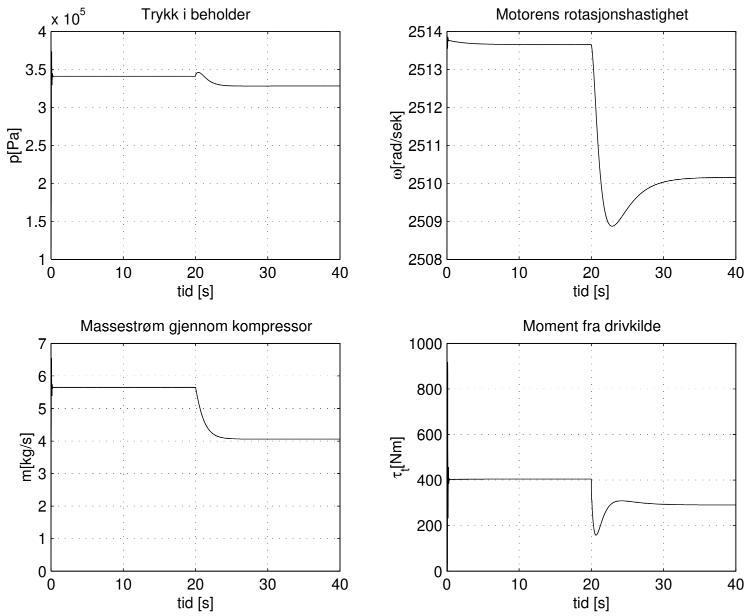


Figur 5.23: `Simulink`-diagram for simulering av surgeregulator fra Teorem 4.2

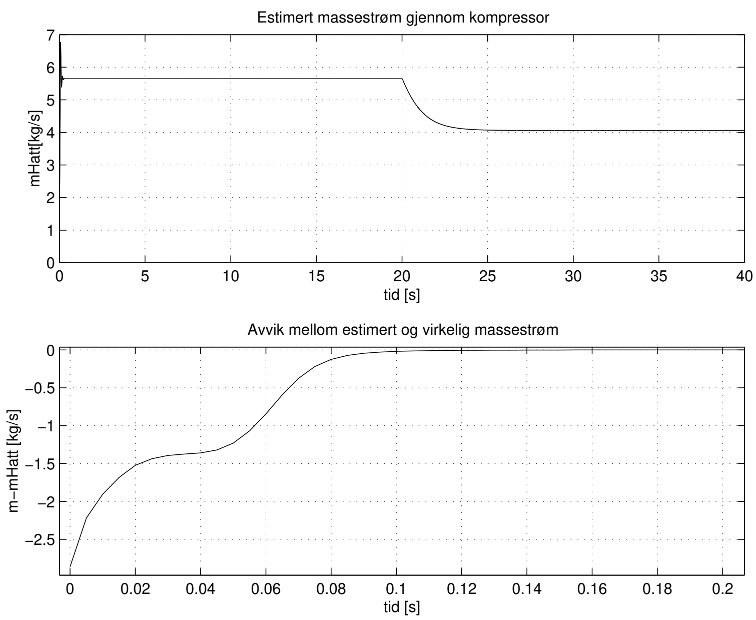
Regulatoren fra Teorem 4.2 er simulert for $k_s = 100$, $k_{\bar{\omega}} = 20$, $k_{\bar{m}} = 2000$ og $k_{\tilde{m}} = 33.12$. Figur 5.23 viser `simulink`-diagrammet som ble benyttet under simuleringen. Resultatet av simuleringen er vist i Figur 5.24 og Figur 5.25.

Figur 5.24 er nesten identisk lik Figur 5.20, hvilket tyder på det ikke er noen forskjell om en benytter virkelig eller estimert massestrøm i tilbakekoblingen. Denne simuleringen er imidlertid gjort for ideelle forhold med hensyn på modell og støy.

Figur 5.25 viser hvordan den estimerte massestrømmen nærmer seg den virkelige verdien. Det øverste plottet i figuren viser forløpet til den estimerte massestrømmen, mens det nedre plottet i figuren viser forløpet med hensyn på avviket mellom virkelig og estimert verdi. Det kan sees at den estimerte verdien konvergerer relativt raskt til virkelig verdi. Merk forskjellen i tidsskalaen på plottene i figuren. Det nederste plottet er forstørret for å vise at den estimerte verdien konvergerer til virkelig verdi. For det resterende av simuleringen forblir avviket null.



Figur 5.24: Tilstanders forløp under simulering av surgeregulator fra Teorem 4.2



Figur 5.25: Den estimerte massestrømmens forløp under simulering av surgeregulator fra Teorem 4.2

For en betraktning av estimatorens robusthet med hensyn på målestøy i trykk og rotasjonshastighet henvises leseren til forrige avsnitt, da estimatorene i dette avsnittet og forrige avsnitt er like.

Kapittel 6

Konklusjon og videre arbeid

Under simulering av modellen viste det seg at den er veldig sensitiv med hensyn på integreringsmetode. Det ble etterhvert valgt en Eulerintegrering med fast tastetid, basert på hvilke resultater dette gav i forhold til forventet oppførsel fra systemet. Med tanke på videre arbeid ville det være iteressant å se på hvilke integratormetoder som egner seg for systemet. Fra integratormetoden kreves blant annet at den er i stand til å simulere surge (stående svingninger).

Regulatorene som er studert er settpunkt regulatorer, hvor settpunktene/likevektspunktene er avhengig av hverandre. Dette innebærer at om en ønsker å arbeide på en bestemt hastighet, så vil likevektspunktet for massestrøm og trykk være gitt på bakgrunn av denne hastigheten. Under simulering av regulering med drivmoment viste dette seg å være problematisk, da en unøyaktig beregning av likevektspunktet for massestrømmen medførte tilsynalatende stasjonært avvik i rotasjonshastigheten. Dette kan igjen forklares ut fra regulatorforsterkningene. Forsterkningen i massestrømavviket er mye større enn forsterkningen i hastighetsavviket, hvilket fører til at regulering av avviket til massestrømmen dominerer pådragssignalet. For videre arbeid ville det derfor vært intresssant med estimering av likevektspunktene. Dette ville løst problemet med å beregne de resterende likevektspunktene på bakgrunn av ett ønsket likevektspunkt. Dette ville også innført en integratoreffekt til systemet.

Drivmomentregulatoren er en ren P-regulator. Det ville vært interessant å videreutvikle denne til en PI-regulator, med integraleffekten i rotasjonshastigeten. Som det fremkom av utledning og simulering, var forsterkningen i massestrømmen mye større en forsterkningen i rotasjonshastigheten, og regulering av rotasjonshastigheten ble undertrykt av massestrømreguleringen. En integraleffekt i hastigheten ville derfor bidra til at avvik i rotasjonshastigheten ikke lenger ble undertrykt av avvik i massestrømmen.

Det er designet estimatorer for regulering med tett koblet ventil og regulering med drivmoment. I begge tilfellene benyttes de modellavhengige konstantene A_1 og L_c. Dette er ikke gunstig, da det benyttes parametere hvor parameterfeil kan eksistere. For videre arbeid ville det vært intressant å videreutvikle estimatoren til en estimator hvor disse konstantene addopteres. Dette vil i tillegg til å gi riktig verdi på parameterene, innføre en integratorvirkning i estimatoren.

Estimatorene benytter seg også av kompressorkarakteristikken. Dette er uungåelig, da denne er i modellen for massestrømmen. Karakteristikken er ikke perfekt kjent, og det er dermed forbundet modellusikkerhet ved bruk av denne. Denne modellusikkerheten kan undertrykkes ved å velge estimatorforsterkningen tilstrekkelig stor. Integralvirkning i estimatoren ville også kunne undertrykke denne modellusikkerheten. For videre arbeid er dette nok en grunn til å innføre integralvirkning til estimatoren, gjerne ved å adoptere A_1 og L_c.

For videre arbeid ville det også vært interessant å se på stabilisering av Greitzersystemet ved å benytte strupeventilen. For strupeventilen er det først og fremst to regulatorvariable som kan benyttes; trykket over ventilen eller massestrømmen gjennom den.

Tillegg A

Stabilitet i kaskadesystem

Resultatene og definisjonene som gjengis her er alle tatt fra [15]. I [15] er resultatene gitt for ulineære ikke autonome systemer, mens de her gjengis for autonome systemer.

I det følgende vil $||\cdot||$ brukes for euklidisk norm for vektorer og indusert norm for matriser.

A.1 Generelle definisjoner

Definisjon A.1. *(Klasse $\mathcal{K}$ funkjson)*
En kontinuerlig funksjon $\alpha : [0, a) \rightarrow [0, \infty)$ sies å tilhøre klasse $\mathcal{K}$ hvis den er strengt økende og $\alpha(0) = 0$.

■

Definisjon A.2. *(Uniformt bundet)*
Det sies at løsningene til et system ($\dot{x} = f(t, x), x(t_0) =: x_0$) er uniformt bundet hvis det eksisterer en klasse $\mathcal{K}$ funksjon α og en konstant $c > 0$ slik at

$$||x(t, t_0)|| \leq \alpha(||x(t_0)||) + c \quad \forall \ t \geq t_0$$

■

Definisjon A.3. *(Eksponentiel stabilitet)*
Likevektspunktet 0 for systemet $\dot{x} = f(x)$ er eksponentielt stabilt hvis det eksisterer to positive konstanter $\gamma_1, \gamma_2 > 0$ slik at

$$||x(t)|| \leq ||\gamma_1 x(t_0)|| \, e^{-\gamma_2(t-t_0)} \quad \forall \ t > t_0$$

A.2 Stabilitetsteorem

Det ulineære kaskadesystemet er gitt av

$$\Sigma_1 : \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g(x)x_2 \tag{A.1}$$
$$\Sigma_2 : \dot{x}_2 = f_(x_2) \tag{A.2}$$

hvor $x_1 \in \mathbb{R}^n$, $x_2 \in \mathbb{R}^m$, $x := col[x_1, x_2]$ og $x_1, x_2 = 0$ er likevektspunkt. Funksjonene $f_1(x_1)$, $f_2(x_2)$ og $g(x)$ er kontinuerlige i deres argumenter, lokalt Lipschitz i x, og $f_1(x_1)$ er kontinuerlig deriverbar. Det antas også at det finnes en ikke avtagende funksjon $G(\cdot)$ slik at

$$||g(x)|| \leq G(||x||)$$

Det gis tilstrekkelige betingelser for at det GAS (globalt asymptotisk stabilt) ulineære systemet

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) \tag{A.3}$$

hvor $x_1 = 0$ er likevektspunktet, forblir GAS etter å ha blitt utvidet med $g(x)x_2$ hvor Σ_2 er GAS med likevektspunkt $x_2 = 0$. Det gis også betingelser for eksponentiell stabile egenskaper for kaskaden.

Antagelse A.1 (Assumption 1, [15]). *a) Systemet (A.3) er GAS*

b) Det eksisterer en kjent $\mathcal{C}^1$ Lyapunov funksjon $V(x_1)$, to funksjoner $\alpha_1, \alpha_2 \in \mathcal{K}_\infty$, en positiv semidefinit funksjon $W(x_1)$ og en kontinuerlig ikke-avtagende funksjon $\alpha_4(\cdot)$ slik at

$$\alpha_1(||x_1||) \leq V(x_1) \leq \alpha_2(||x_2||)$$
$$\dot{V}_{(A.3)}(x_1) \leq -W(x_1)$$
$$\left|\left|\frac{\partial V}{\partial x_1}\right|\right| \leq \alpha_4(||x_1||)$$

hvor $\dot{V}_{(A.3)}$ er den deriverte av Lyapunov funksjonen langs løsningene til (A.3).

■

Antagelse A.2 (Assumption 3, [15]). *Det eksisterer konstanter $c_1, c_2, \eta > 0$ og en Lyapunov funksjon $V(x_1)$ for (A.3) slik at $V : \mathbb{R}_{geq0} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}_{geq0}$ positiv definit og radielt ubegrenset, som tilfredsstiller:*

$$\left|\left|\frac{\partial V}{\partial x_1}\right|\right| ||x_1|| \leq c_1 V(x_1) \quad \forall \ ||x_1|| \geq \eta$$
$$\left|\left|\frac{\partial V}{\partial x_1}\right|\right| \leq c_2 \quad \forall \ ||x_1|| \leq \eta$$

■

Antagelse A.3 (Assumption 4, [15]). *Det eksisterer to kontinuerlige funksjoner* $\theta_1, \theta_2 : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$*, slik at*

$$||g(x)|| \leq \theta_1(||x_2||) + \theta_2(||x_2||)\,||x_1||$$

■

Antagelse A.4 (Assumption 5, [15]). *Det eksisterer en klasse* $\mathcal{K}$ *funksjon* $\alpha(\cdot)$ *slik at for alle* $t_0 \geq 0$ *vil trajektorene til systemet (A.2) tilfredsstille*

$$\int_{t_0}^{\infty} ||x_2(t,t_0)||\,dt \leq \alpha(||x_2(t_0)||)$$

■

Teorem A.1 (Theorem 1, [15]). *La Antagelse a være oppfylt og anta at trajektorene til (A.2) er uniformt globalt bundet. Hvis også Antagelsene A.2-A.4 er oppfylt, vil løsningene til* $x(t,t_0)$ *til systemet (A.1)-(A.2) være uniformt globalt bundet. Hvis i tillegg systemet (A.2) er GAS, vil også systemet (A.1)-(A.2) være GAS.*

■

Påstand A.1 (Proposition 3, [15]). *Hvis i tillegg til antagelsene i Teorem A.1 en har at systemene (A.2) og (A.3) er eksponentielt stabile i en ball* B_r*, så er også kaskaden (A.1)-(A.2) eksponentiell stabil i* B_r*. Hvis (A.2) og (A.3) er globalt eksponentielt stabile er også kaskaden (A.1)-(A.2) globalt eksponentielt stabil.*

Tillegg B

Artikkel sent til 41st IEEE Conference on Decision and Control

Bibliografi

[1] B. Bøhagen and J. T. Gravdahl. On active surge control of compressors using a mass flow observer. *41st IEEE Conference on Decition and Control*, 2002. Submitted.

[2] Chi-Tsong Chen. *Linear Systems Theory and Design.* Oxford University Press, second edition, 1999.

[3] H. Cohen, G. F. C. Rogers, and H. I. H. Saravanamuttoo. Gas turbine theory. Technical report, 4th ed. Longman Essex, 1996.

[4] B. de Jager. Rotating stall and surge control: A survey. Technical report, In: Proceedings of the 35th Conferance on Decision and Control. New Orleans, LA.;pp.1857-1862, 1995.

[5] H. W. Emmons, C. E. Pearson, and H. P. Grant. Compressor surge and stall propagation. Technical report, Transactions of the ASME 77, 455-469, 1955.

[6] T. B. Ferguson. The centrifugal compressor stage. Technical report, Lecture in Mecanical Engieneering, The University of Sheffield, London, Butterworths, 1963.

[7] D. A. Fink, N. A. Cumpsty, and E. M. Greitzer. Surge dynamics in a free-spool centrifugal compressor system. Technical report, Journal of Turbomachinery, 114:321-332, 1992.

[8] Jan Tommy Gravdahl and Olav Egeland. Centrifugal compressor surge and speed control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 7(5), 1999.

[9] Jan Tommy Gravdahl and Olav Egeland. *Compressor surge and rotating stall: modeling and control.* Advances in Industrial Control. Springer, 1999.

[10] Jan Tommy Gravdahl, Olav Egeland, and Svein Vatland. Drive torque actuation in active surge control of centrifugal compressors. *Accepted for publication as regular paper in Automatica*, April 2002.

[11] E. M. Greitzer. Surge and rotating stall in axial flow compressors, part i: Theoretical compression system modell. Technical report, Journal of Engineering for Power, 98,190-198, 1976.

[12] E. M. Greitzer. The stability of pumping systems - the 1980 freeman scholar lecture. *Journal of Fluids Engineering*, 103:193–242, 1981.

[13] K. E. Hansen, P. Jørgensen, and P. S. Larsen. Exprimental and theoretical study of surge in a small centrifugal compressor. Technical report, Journal of Fluids Enginering, 103:391-394, 1981.

[14] Finn Haugen. *Regulering av dynamiske systemer*. Tapir Forlag, 1996.

[15] A. Loria. Cascaded nonlinear time-varying systems: analysis and design. C.N.R.S, UMR 5228, Laboratoire d'Automatique de Grenoble, ENSIEG, St. Martin d'Heres, France, November 14-16 2001. Minicourse at the "Congreso Internaicional de Computacion"Cd. Mexico.

[16] Antonio Loria, Thor I. Fossen, and Elena Panteley. A separation principle for dynamic positioning of ships: Theoretical and experimental results. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8(2), March 2000.

[17] A. E. Nisenfeld. Centrifugal compressors: principles of operation and control. Technical report, Instrument society of America, 1982.

[18] Katsuhiko Ogata. *Discrete-Time Control Systems*. Prentice-Hall, second edition, 1995.

[19] Elena Panteley and Antonio Loria. Growth rate conditions for uniform asymptotic stability of cascaded time-varying systems. *Automatica*, 37:453–460, 2001. Brief Paper.

[20] J. E. Pinsley, G. R. Guenette, A. H. Epstein, and E. M. Greitzer. Active stabilization of centrifugal compressor surge. Technical report, Journal of Turbomachinery 113, 723-732, 1991.

[21] A. Robertsson. *On Observer-Based Control of Nonlinear Systems*. Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, 1999.

[22] F. Willems. Modeling and control of compressor flow instabilities. Technical report, Tecnical Report WFW 96.151, Eindhoven University of Technology, 1996.

[23] F. Willems and A.G. de Jager. Modeling and control of compressor flow instabilities. *IEEE Control Systems Magazine*, 19(5):8–18, 1999.