Estimering av massestrøm for bruk i aktiv regulering av surge i sentrifugalkompressorer

Hovedoppgave

Olav Stene

Trondheim, 2. juni 2003

Norges Teknisk- Naturvitenskaplige Universitet
INSTITUTT FOR TEKNISK KYBERNETIKK

Sammendrag

Denne avhandlingen omhandler surgeproblematikken for sentrifugalkompressorer. Det presenteres ulike metoder for håndtering av surgeproblemet, surge avoidance og aktiv surgeregulering, samt tilstandsestimatorer for estimering av massestrøm.

I denne avhandlingen presenteres to strategier for aktiv surgeregulering, *regulering med tett koblet ventil* og *regulering med drivmoment*. Videre presenteres tilstandsestimatorer for hver av reguleringsstrategiene hvor en funksjon for beregning av kompressorkarakteristikken inngår i estimatordynamikken. Massestrømsestimatorene modifiseres deretter ved å erstatte funksjonen for beregning av kompressor karakteristikken med en måling av kompressorens utløpstrykk. For de modifiserte tilstandsestimatorene utføres stabilitets- og robusthetsanalyse.

Stabilitetsanalysen viser at estimert massestrøm konvergerer til virkelig under ideelle forhold. Mens robusthetsanalysen viser at estimert massestrøm konvergerer til et område rundt den virkelige under ikke-ideelle forhold. Området avhenger av estimatorens forsterkning, ved valg av høy forsterkning reduseres området.

Simuleringer bekrefter resultatene fra stabilitets- og robusthetsanalysen.

Forord

Denne avhandlingen er en besvarelse av hovedoppgaven ved institutt for teknisk kybernetikk, Norges teknisk-naturvitenskaplige universitet (NTNU), våren 2003. Det forutsettes at leseren har kunnskap innen reguleringsteknikk, modellering og simulering.

Oppgaven er skrevet i Scientific WorkPlace, figurene er tegnet i AutoCad og simuleringene er utført i MatLab/Simulink.

Jeg vil takke veileder Tommy Gravdahl og medveileder Bjørnar Bøhagen for god hjelp og oppfølgning.

Trondheim, 2. juni 2003

Olav Stene

Innhold

Figurer

Kapittel 1

Innledning

Denne avhandlingen omhandler surgeproblematikken for sentrifugalkompressorer. For å unngå at kompressorsystemet går inn i en ustabil tilstand kjent som surge, eller pumping, kreves det som regel at kompressorsystemet er utstyrt med et reguleringssystem som håndterer dette.

Som bakgrunnsstoff gis det en kort beskrivelse av kompressorer og surgeproblematikken. Videre utledes en dynamisk modell for et kompressorsystem som senere benyttes til regulator- og estimatordesign.

I denne avhandlingen presenteres to strategier for aktiv surgeregulering, *regulering med tett koblet ventil* og *regulering med drivmoment*. Videre presenteres tilstandsestimatorer for hver av reguleringsstrategiene hvor en funksjon for beregning av kompressorkarakteristikken inngår i estimatordynamikken. Massestrømsestimatorene modifiseres deretter ved å erstatte funksjonen for beregning av kompressorkarakteristikken med en måling av kompressorens utløpstrykk. For de modifiserte tilstandsestimatorene utføres stabilitets- og robusthetsanalyse.

Videre simuleres kompressorsystemet ved å benytte de modifiserte massestrømsestimatorene sammen med regulatorene for aktiv surgeregulering. Resultatene fra simuleringen sammenlignes med stabilitets- og robusthetsanalysen. Til slutt testes estimatorene med eksperimentelle resultater. Resultatene fra dette sammenlignes med robusthetsanalysen.

Organisering av rapporten

Kapittel 2 til Kapittel 5 er i hovedsak basert på tidligere arbeid, mens Kapittel 6 til Kapittel 9 er eget arbeid. Rapporten er organisert som følger:

- **Kapittel 2:** Kort beskrivelse av kompressorer. Nærmere beskrivelse av sentrifugalkompressorer og surgeproblematikken. Basert på [2], [1], [13] og [14].
- **Kapittel 3:** Utledning av dynamisk modell for kompressorsystem. Basert på [2], [14] og [3].
- **Kapittel 4:** Presentasjon av strategier for aktiv regulering av surge. Basert på [14], [4] og [6].
- **Kapittel 5:** Presentasjon av tilstandsestimatorer for massestrøm for bruk i samband med aktiv regulering av surge. Basert på [14].
- **Kapittel 6:** Design, stabilitetsanalyse og robusthetsanalyse av modifiserte utgaver av tilstandsestimatorene fra Kapittel 5. Eget arbeid.
- **Kapittel 7:** Simulering der regulatorene fra Kapittel 4 og tilstandsestimatorene fra Kapittel 6 benyttes. Eget arbeid.
- **Kapittel 8:** Tilstandsestimatorene fra Kapittel 5 og Kapittel 6 testet med eksperimentelle resultater fra laboratorieforsøk. Eget arbeid.
- **Kapittel 9:** Konklusjon.

Kapittel 2

Bakgrunnsstoff

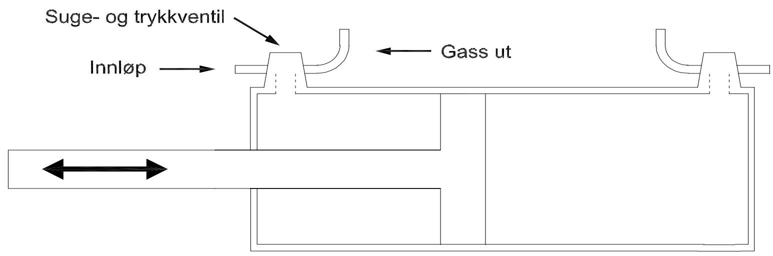
2.1 Kompressorer

Kompressorer brukes i utstrakt grad i prosessindustrien, for transport av gass i rørledninger, turboladninger av forbrenningsmotorer og en hel del andre anvendelser. Det er vanlig å dele kompressorer i fire hovedgrupper:

- Stempelkompressorer
- Rotasjonskompressorer
- Sentrifugalkompressorer
- Aksialkompressorer

Stempel- og rotasjonskompressorer bruker reduksjon av volum for å oppnå kompresjon. Disse kompressorene benyttes ofte i applikasjoner med høye trykk der det ikke stilles krav til stor volumstrøm. Kompresjonsforholdet er mellom tre til fem [1], volumstrømmen er pulserende og mindre enn for sentrifugal- og aksialkompressorer.

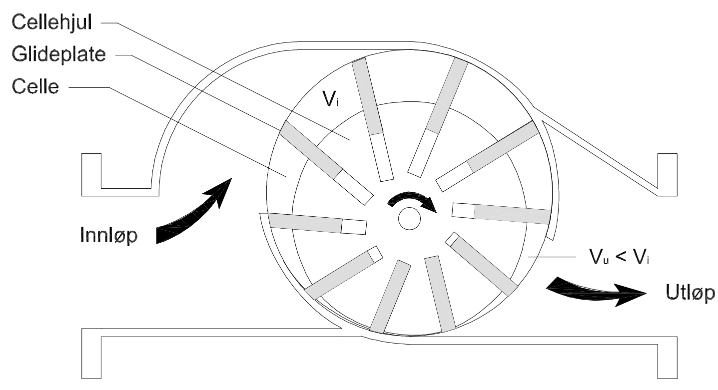
Stempelkompressoren



Figur 2.1: Stempelkompressor

I stempelkompressoren komprimeres gassen ved at et stempel beveger seg fram og tilbake i en sylinder. I det forminskede sylinderkammeret komprimeres gassen. Når trykket overstiger innstilt verdi, åpner trykkventilen og gassen strømmer ut. På den andre siden av stempelet øker volumet, det dannes et undertrykk og gass suges inn i kammeret, se Figur 2.1.

Rotasjonskompressoren

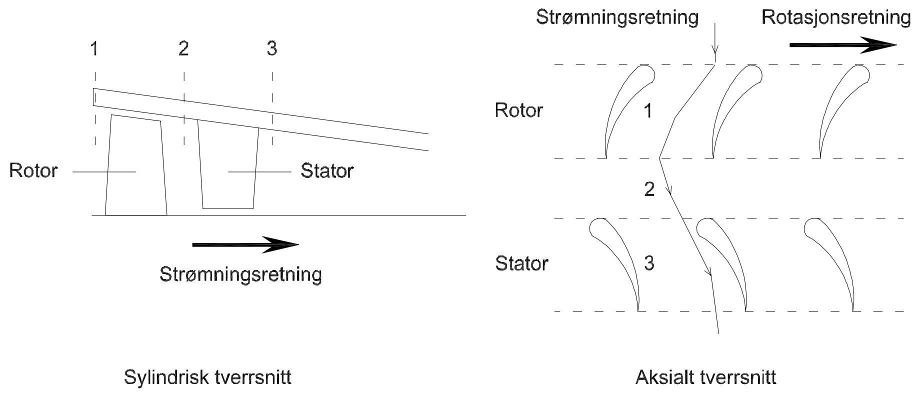


Figur 2.2: Rotasjonskompressor

Når rotasjonskompressorens cellehjul roterer, slynges glideplatene ut mot kompressorhusets vegg og det dannes avdelte celler. Gassen komprimeres ved at cellenes volum reduseres fra kompressorens innløp til dens utløp, se Figur 2.2.

Sentrifugal- og aksialkompressorer, også kalt turbokompressorer, akselererer først gassen til en høy hastighet for så å omforme den kinetiske energien til potensiell trykkenergi ved å redusere gassens hastighet. Kompresjonsforholdet er mellom 1.2 og 1.5, [1], gasstrømningen er kontinuerlig og volumstrømmen er større enn for stempel- og rotasjonskompressorene. I neste delkapittel følger en mer detaljert beskrivelse av sentrifugalkompressorens prinsipp og oppbygning.

Aksialkompressoren



Figur 2.3: Aksialkompressor

Figur 2.3 viser sylindrisk og aksialt tverrsnitt av aksialkompressoren, numrene $1-3$ referer til de samme stedene i kompressoren. Aksialkompressorens rotor suger inn og akselererer gassen. Statorens blader endrer strømningsretningen, dette medfører en retardasjon av gassen og den kinetiske energien omformes dermed til potensiell trykkenergi.

2.2 Sentrifugalkompressoren

Sentrifugalkompressoren har et større kompresjonsforhold enn aksialkompressoren og en større volumstrøm enn stempel- og rotasjonskompressoren den er derfor mye brukt prosessindustrien. For å oppnå høyere trykk kobles flere kompressortrinn etter hverandre. Sentrifugalkompressoren kalles også radialkompressor da kompressorens utløp står radielt på innløpet.

Prinsipp

Trykkøkningen i en sentrifugalkompressor forårsakes av en retardasjon av gassen. Prinsippet vises ut fra Bernoullis ligning for strømmende fluider. Bernoullis ligning betraktes som en spesifikkenergibalanse over kompressoren, indeksene 1 og 2 representerer henholdsvis før og etter retardasjon:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{C_1^2}{2} + gz_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{C_2^2}{2} + gz_2, \tag{2.1}$$

hvor

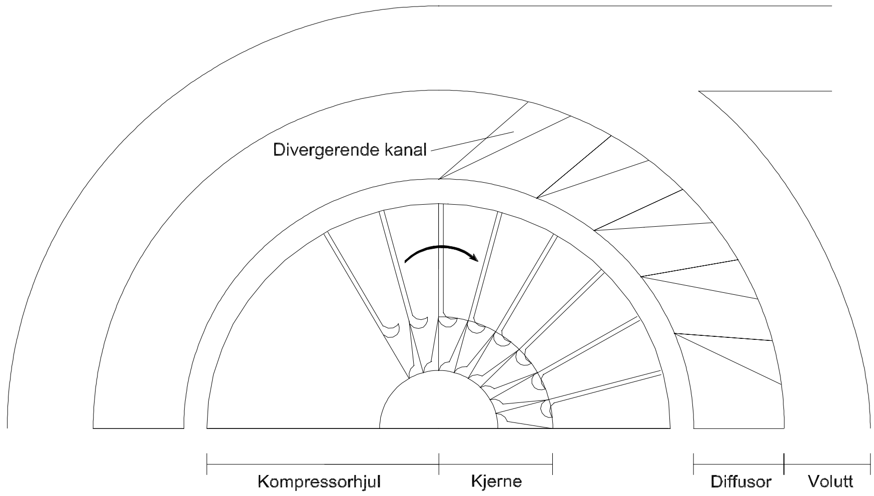
p	-	trykk
ρ	-	gassens tetthet
C	-	gassens hastighet
gz	-	spesifikk potensiell energi

Balansen viser at en reduksjon av hastigheten, det vil si $C_1 > C_2$, vil med føre en økning i trykket, $p_1 < p_2$.

Oppbygning

Sentrifugalkompressoren består av tre hoveddeler:

- Kompressorhjul/Impeller
- Diffusor
- Volutt/Spiralhus



Figur 2.4: Sentrifugalkompressorens hoveddeler

Kompressorhjulet suger inn gass og øker gassens hastighet, og dermed også dens kinetiske energi. Det dannes et undertrykk i kompressorhjulets kjerne når dette roterer. Gassen suges inn i hjulets kjerne og slynges utover ved hjelp av kompressorhjulets blader. På grunn av rotasjonen øker den tangentielle hastigheten. Sentrifugalkraften medfører at det statiske trykket øker. Kompressorhjulet er festet til kompressorens aksling, som drives av en motor eller turbin. Aksling og kompressorhjul kalles også rotor.

Diffusoren reduserer hastigheten til gassen, kinetisk energi omformes til potensiell trykkenergi. Diffusoren omslutter kompressorhjulet og består av divergerende kanaler. Når gassen ledes inn i de divergerende kanalene reduseres hastigheten. Økningen i potensiell energi medfører et høyere trykk.

Volutten, også kalt spiralhuset på grunn av sin fysiske utforming, samler utstrømningene fra diffusorens kanaler og leder den samlede gass strømningen til kompressorens utløp.

Kompressorkarakteristikk

Kompressorkarakteristikken defineres som forholdet mellom kompressorens utløps- og innløpstrykk. I [2] utledes kompressorkarakteristikken ved hjelp av energibasert analyse, og det vises at den er avhengig av både massestrømmen m og rotasjons- hastigheten ω.

Definisjon 2.1 *(Kompressorkarakteristikk)*

$$\psi_c(m,\omega) = \frac{p_{02}(m,\omega)}{p_{01}},$$

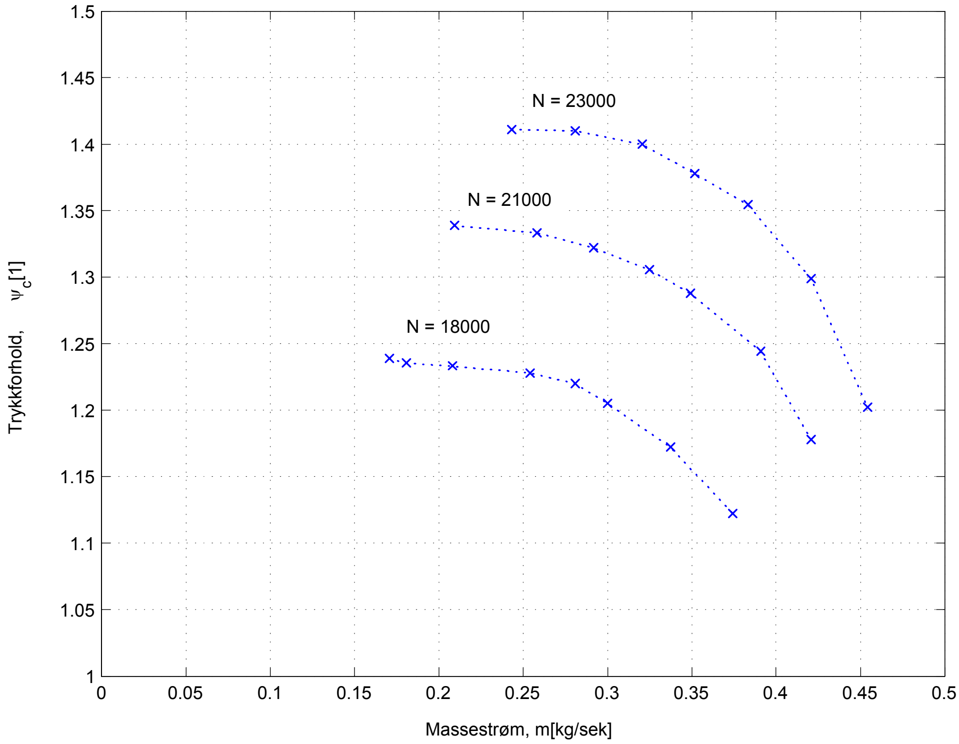
hvor

p_{01}	–	*kompressorens innløpstrykk* $[Pa]$
p_{02}	–	*kompressorens utløpstrykk* $[Pa]$
m	–	*massestrøm gjennom kompressoren* $[kg/s]$
ω	–	*kompressorens rotasjonshastighet* $[rad/s]$

■

For notasjonens skyld betegnes $\psi_c(m,\omega)$ og $p_{02}(m,\omega)$ heretter som henholdsvis ψ_c og p_{02}.

Det er vanlig å fremstille kompressorkarakteristikken i et kompressorkart hvor trykkforholdet vises som en funksjon av rotasjonshastighet og massestrøm. Kompressorkartet tas vanligvis opp eksperimentelt ved å logge kompressorens utløpstrykk ved gitte rotasjonshastigheter og massestrømmer. Figur 2.5 viser et typisk kompressorkart, kompressoren er kjørt med tre rotasjonshastigheter,
$N = 18000\ rpm$, $N = 21000\ rpm$ og $N = 23000\ rpm$ kryssene markerer målt utløpstrykk ved gitte massestrømmer.



Figur 2.5: Kompressorkart

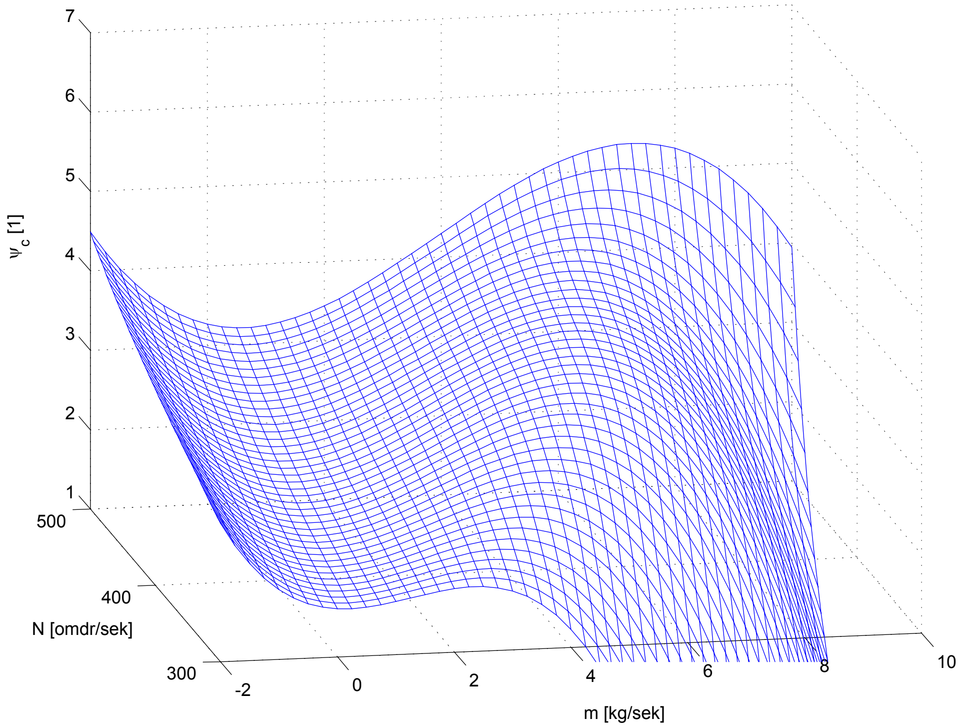
Kompressorkarakteristikken kan tilnærmes med en 3. ordens ligning på formen:

$$\psi(m, N) = c_0(N) + c_1(N)m + c_2(N)m^2 + c_3(N)m^3,$$

hvor N $[omdr/sek]$ er rotorens omdreiningshastighet, c_i er funksjoner av omdreiningshastigheten og er gitt ved:

$$c_i(N) = c_{i0} + c_{i1}N + c_{i2}N^2 + c_{i3}N^3.$$

Figur 2.6 viser et plott som illustrerer at kompressorkarakteristikken er kontinuerlig i både m og ω.



Figur 2.6: Kompressorkarakteristikk, kontinuerlig i m og N

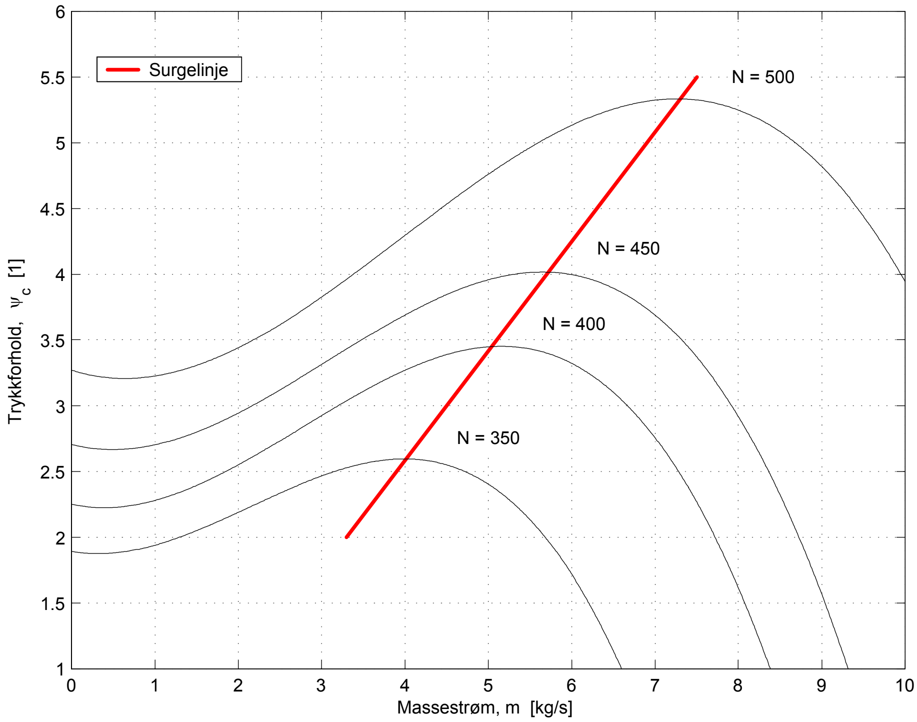
2.3 Stabilitet i kompressorsystemer

Sentrifugalkompressorens arbeidsområde er begrenset til et område mellom høy og lav massestrøm. Ved lave massestrømmer er kompressoren i et ustabilt område, ustabilitetene som opptrer er kjent som *rotating stall* og *surge*. Ved høye massestrømmer når kompressoren en metningsgrense. Det videre arbeidet vil kun omhandle surge.

Surge

Surge er oscilleringer i massestrømmen gjennom kompressoren, og kjennetegnes som grensesykler i kompressorkarakteristikken. I de fleste tilfeller er surge svært uønsket, og kan medføre store vibrasjoner og i verste fall skader på kompressoren, svingningene i massestrøm og trykk kan også medføre problemer i prosessen kompressoren er tilknyttet.

Kompressorens stabile og ustabile arbeidsområde skilles mellom henholdsvis positive og negative stigningstall i kompressorkarakteristikken. Dette vises i Figur 2.7, hvor stabilt og ustabilt arbeidsområde skilles med en *surgelinje*, arbeidspunkt til venstre for surgelinjen er ustabile, mens arbeidspunkt til høyre for surgelinjen er stabile.



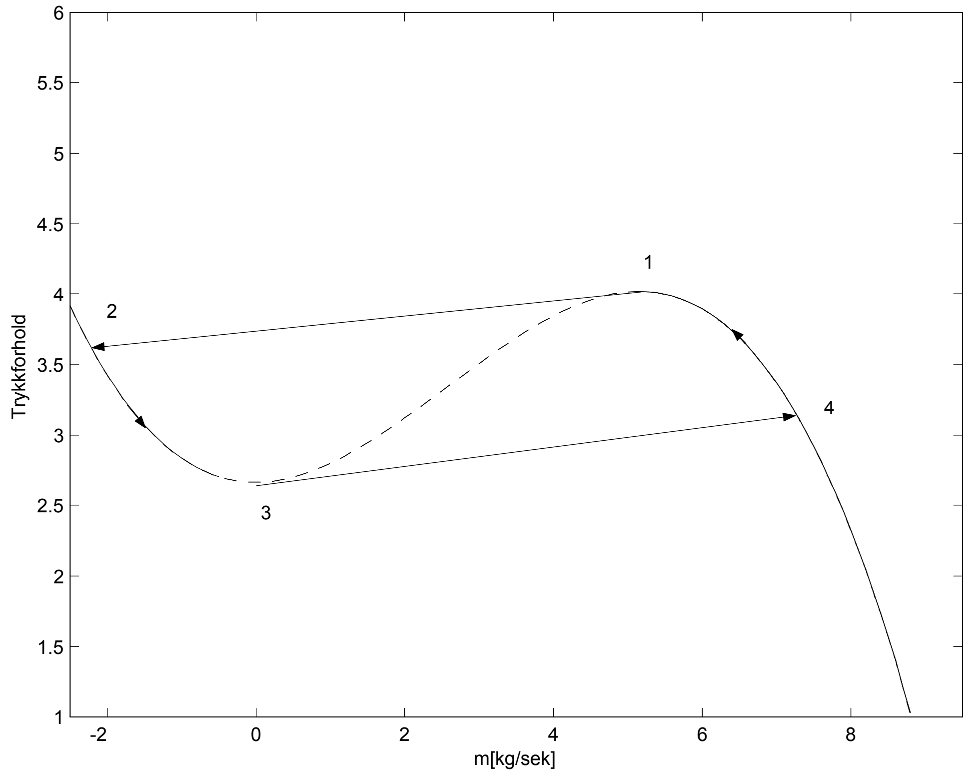
Figur 2.7: Kompressorkart med surgelinje

Det skilles mellom to typer surge:

- Mild surge
- Dyp surge

Mild surge kjennetegnes ved svingninger både i trykk og massestrøm i kompressor- systemet. Amplituden til svingningene i massestrøm er ikke tilstrekkelig stor til at massestrømmen skifter retning.

Dyp surge er i likhet med mild surge svingninger i trykk og massestrøm. Ved dyp surge er amplituden til svingningene i massestrøm så stor at massestrømmen skifter retning i kompressorsystemet.



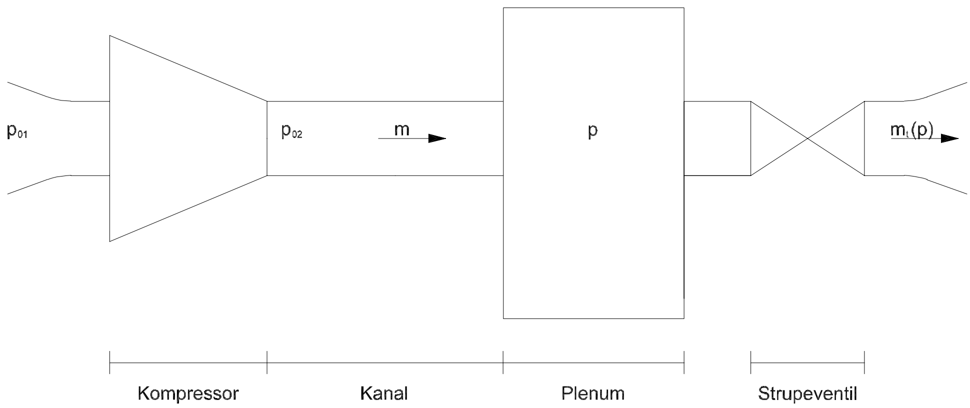
Figur 2.8: Surgesyklus

Figur 2.8 viser hvordan en dyp surgesyklus opptrer i kompressorkarakteristikken. Syklusen starter i det ustabile området. Når surge oppstår vil massestrømmen reverseres, i kompressorkarakteristikken vises dette med pilen fra pkt. 1 til pkt. 2. Fra pkt. 2 følger trykkforholdet og massestrømmen kurven frem til pkt. 3 hvor massestrømmen på nytt gjør et sprang til pkt. 4. Fra pkt. 4 følger trykkforholdet og massestrømmen kurven tilbake til pkt.1. Syklusen gjentas.

Kapittel 3

Dynamisk modell for kompressorsystem

Den dynamiske modellen for et kompressorsystem utledes på grunnlag av kompressorens karakteristikk og systemet den er tilknyttet. Det er vanlig å benytte Greitzers modell, [3], for modellering av kompressorsystemer. Greitzermodellen består av kompressor, kanal, plenumvolum og reguleringsventil,
se Figur 3.1.



Figur 3.1: Kompressorsystem

3.1 Dynamisk modell

Modellen utledes ved følgende:

- Massebalanse over plenum
- Impulsbalanse for kanal
- Momentbalanse for rotor

Man får en resulterende modell som består av differensialligninger for trykket i plenum, massestrømmen gjennom kompressoren og rotorens vinkelhastighet

$$\dot{p} = \frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t) \tag{3.1}$$

$$\dot{m} = \frac{A_1}{L_c}(p_{02} - p) \tag{3.2}$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J}(\tau_d - \tau_l), \tag{3.3}$$

hvor

p	-	trykk i plenum $[Pa]$
p_{02}	-	trykk ved kompressorens utløp $[Pa]$
a_{01}	-	lydhastighet ved omgivelsesbetingelser $[\frac{m}{s}]$
V_p	-	volum av plenum $[m^3]$
m	-	massestrøm gjennom kompressor og kanal $[kg/s]$
m_t	-	massestrøm gjennom strupeventil $[kg/s]$
A_1	-	areal av kompressorhjulets kjerne $[m^2]$
L_c	-	lengde av kanal $[m]$
ω	-	rotasjonshastigheten til rotor $[rad/s]$
J	-	samlet treghet for rotor og drivkilde $[kgm^2]$
τ_d	-	drivmoment $[Nm]$
τ_l	-	lastmoment $[Nm]$

Massestrømmen gjennom reguleringsventilen er gitt ved:

$$m_t = k_t\sqrt{p - p_{01}}, \tag{3.4}$$

hvor k_t er proporsjonal med ventilåpningen. Uttrykket for massestrøm gjennom reguleringsventilen er gyldig kun når $p > p_{01}$. Lastmomentet fra kompressoren er gitt ved:

$$\tau_c = \sigma r_2^2 |m| \omega, \tag{3.5}$$

hvor $\sigma \in (0,1)$ er slipfaktor og r_2 er kompressorhjulets radius. Slipfaktoren skal kompensere for ikke-ideelle forhold, den er først og fremst avhenging av antall blader på kompressporhjulet.

Ved å benytte Definisjon 2.1, (3.4) og (3.5), kan modellen (3.1) - (3.3) skrives som:

$$\dot{p} = \frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t) \quad (3.6)$$

$$\dot{m} = \frac{A_1}{L_c}(\psi_c p_{01} - p) \quad (3.7)$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J}(\tau_d - \tau_l), \quad (3.8)$$

hvor

$$m_t = k_t\sqrt{p - p_{01}}$$
$$\tau_c = \sigma r_2^2 |m| \omega.$$

3.1.1 Likevektspunkter i kompressorsystemet

Med utgangspunkt i (3.6) - (3.8) får man følgende likevektspunkter for systemet

$$m_0 = m_{t0} = k_t\sqrt{p_0 - p_{01}} \quad (3.9)$$

$$\psi_{c0} p_{01} = p_0 \quad (3.10)$$

$$\tau_{d0} = \tau_{c0} = \sigma r_2^2 |m_0| \omega_0. \quad (3.11)$$

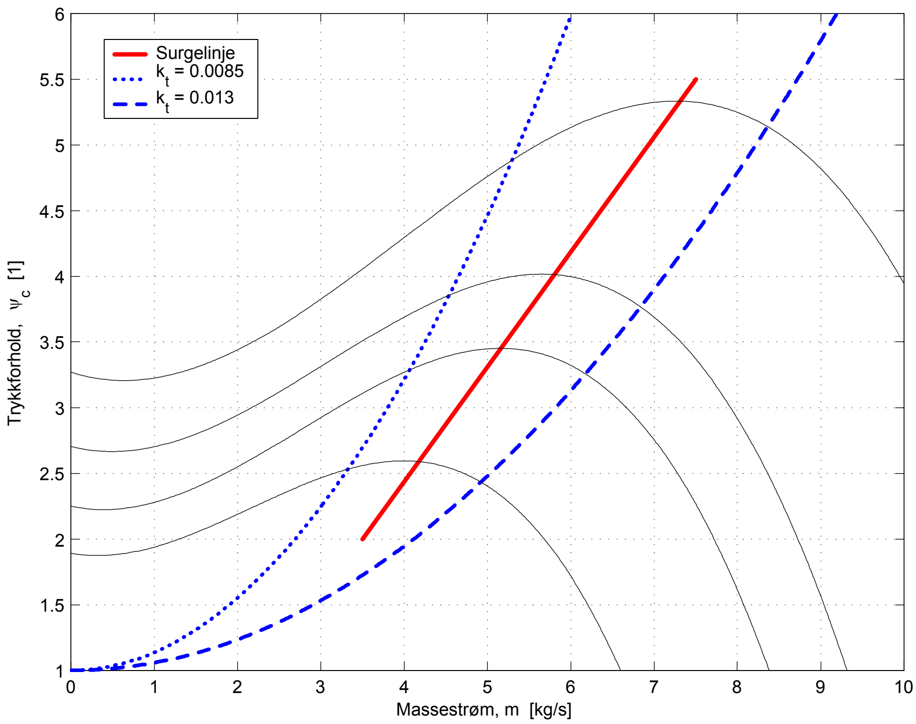
Videre kan det settes opp et uttrykk for likevektspunkter i kompressorkarakteristikken

$$m_0 = k_t\sqrt{p_0 - p_{01}} \quad (3.12)$$

$$= k_t\sqrt{\psi_{c0} p_{01} - p_{01}} \quad (3.13)$$

$$\Rightarrow \psi_{c0} = \frac{m_0^2}{p_{01} k_t^2} + 1. \quad (3.14)$$

Likevektspunktene er gitt av skjæringspunktene mellom kompressorkarakteristikken og reguleringsventilens karakteristikk. En 3. ordens tilnærming av en kompressorkarakteristikk, [4], vises i Figur 3.2. Ventilkarakteristikken for to forskjellige ventilåpninger, $k_t = 0.0085$ og $k_t = 0.013$, tegnet inn i kompressorkarakteristikken. Likevektspunktene i skjæringspunktene mellom $k_t = 0.0085$ og turtallskurvene er ustabile da disse er i området hvor kompressorkarakteristikken har positivt stigningstall, mens skjæringspunktene mellom $k_t = 0.013$ og turtallskurvene er i området hvor kompressorkarakteristikken har negativt stigningstall, disse likevektspunktene er følgelig stabile.



Figur 3.2: Stabile og ustabile likevektspunkter

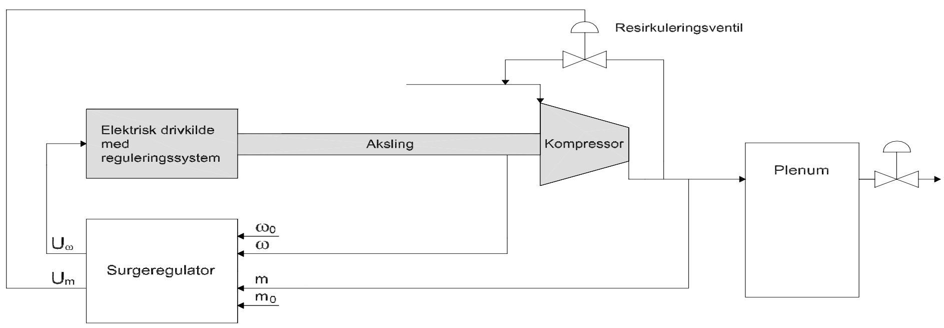
Kapittel 4

Aktiv regulering av surge i sentrifugalkompressorer

Det skilles i hovedsak mellom to typer surgeregulering, *surge avoidance* og *aktiv surgeregulering*. Ved surge avoidance hindres kompressoren i å operere i det ustabile området, mens ved aktiv surgeregulering stabiliseres hele eller deler av kompressorkarakteristikkens ustabile område.

4.1 Surge avoidance

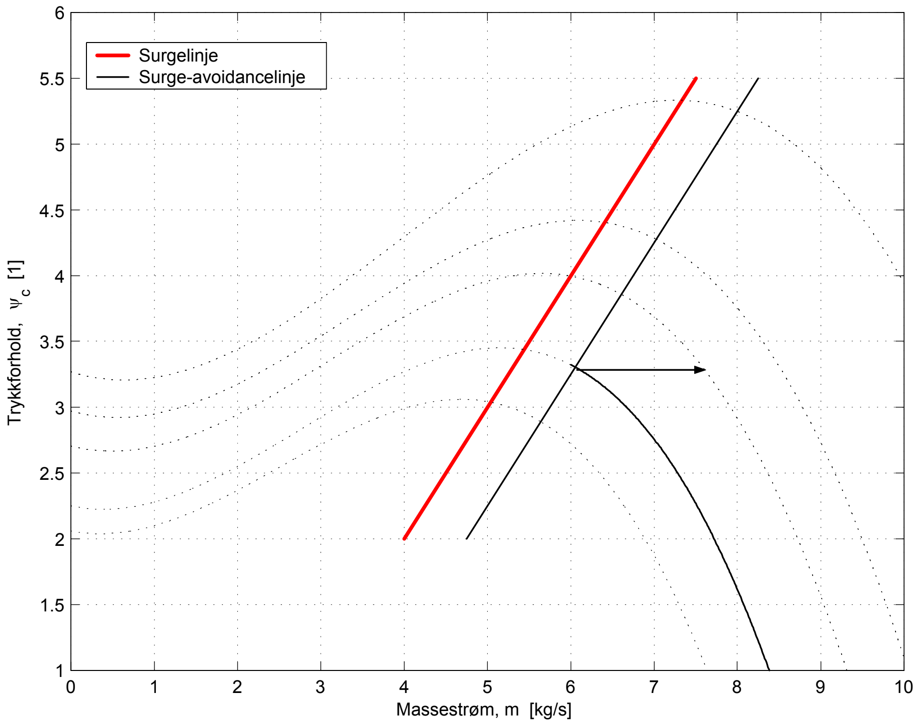
Surge avoidance er industristandarden for surgeregulering. Tilstrekkelig stor massestrøm gjennom kompressoren sikres enten ved resirkulering av massestrømmen eller ved avblåsning med henholdsvis resirkulerings- og blødeventil. I tillegg til resirkulerings- eller blødeventil benyttes turtallsregulering av drivkilden, se Figur 4.1.



Figur 4.1: Surge avoidance med resirkuleringsventil og turtallsregulering

Surge avoidance med resirkuleringsventil

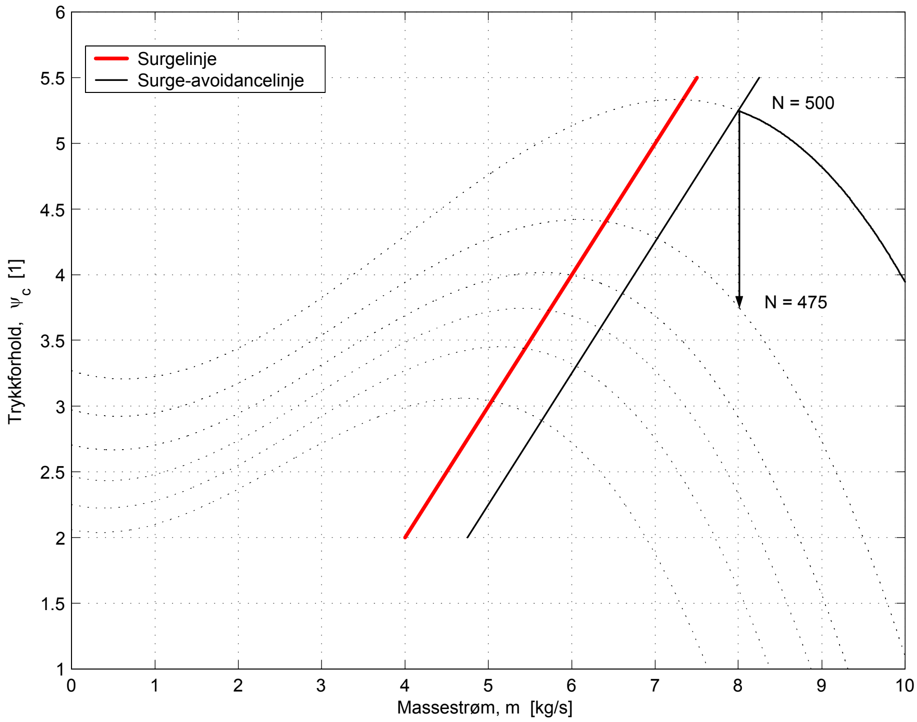
Resirkuleringsventilen åpner når arbeidspunktet nærmer seg det ustabile området, det vil si når en valgt surge-avoidancelinje krysses. Som vist i Figur 4.2 øker massestrømmen og arbeidspunktet forskyves lengre ut i det stabile området. Turtallet reguleres slik at utløpstrykket holdes konstant.



Figur 4.2: Surge avoidance med resirkulering av massestrøm

Surge avoidance med resirkuleringsventil

Surge avoidance med turtallsregulering benyttes kun ved høy rotasjonshastighet. Ved lav rotasjonshastighet, for eksempel under oppstart, benyttes kun resirkulering/avblåsning. Når surge-avoidancelinjen krysses, reduseres drivkildens rotasjonshastighet og arbeidspunktet forskyves lengre ut i det stabile området, som vist i Figur 4.3. Ved å benytte turtallsregulering unngås ekstra kostnaden med å resirkulere massestrømmen, ulempen er imidlertid at kompressorens utløpstrykk reduseres.



Figur 4.3: Surge avoidance med turtallsregulering

Ettersom det er forbundet usikkerhet til kompressorkarakteristikken og surgelinjen er det nødvendig å ha god margin mellom surge- og surge-avoidancelinjen. Ulempen med surge avoidance er at arbeidsområdet til kompressoren er begrenset til det stabile området og at kompressorens virkningsgrad og utløpstrykk reduseres.

4.2 Aktiv surgeregulering

Aktiv surgeregulering er en strategi av nyere dato som unngår ulempene til surge avoidance, [5]. Kompressoren tillates å operere i det ustabile området ved at hele eller deler av dette området stabiliseres ved hjelp av tilbakekobling. Dette medfører at arbeidsområde og ytelse øker i forhold til surge avoidance. Aktiv surge- regulering krever en matematisk modell av kompressorsystemet. I dette kapittelet presenteres to strategier for aktiv regulering av surge, *regulering med tett koblet ventil* og *regulering med drivmoment.*

4.2.1 Regulatordesign og stabilitetsanalyse

Regulatorene for aktiv regulering av surge som presenteres i dette kapittelet er basert på modellen (3.1) - (3.3):

$$
\begin{aligned}
\dot{p} &= \frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t) \\
\dot{m} &= \frac{A_1}{L_c}(\psi_c(m,\omega)p_{01} - p) \\
\dot{\omega} &= \frac{1}{J}(\tau_d - \tau_l).
\end{aligned}
$$

Surge avoidance baseres på å sikre tilstrekkelig massestrøm gjennom kompressoren. Ved aktiv surgeregulering omdefineres surge-reguleringsproblemet, surge unngås ved å sikre at arbeidspunktet befinner seg i området der kompressorkarakteristikken har negativt stigningstall. Dette vises ved å linearisere ψ_c og m_t, som gir følgende system

$$
\begin{bmatrix} \dot{m} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A_1 p_{01} a_c}{L} & -\frac{A_1}{L_c} \\ \frac{a_{01}^2}{V_p} & \frac{a_{01}^2}{V_p a_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ p \end{bmatrix},
$$

hvor a_c er stigningstallet til kompressorkarakteristikken, $\frac{\partial \psi_c}{\partial m}$, og a_t er stigningstallet til ventilkarakteristikken, $\frac{\partial m_t}{\partial m}$. Den karakteristiskeligningen blir:

$$
\lambda^2 + \left(\frac{a_{01}^2}{V_p k_t} - \frac{A_1 p_{01} a_c}{L_c}\right)\lambda + \frac{a_{01}^2 A_1}{V_p L_c}\left(1 - \frac{a_c p_{01}}{a_t}\right) = 0.
$$

Egenverdiene er i venstre halvplan når følgende er oppfylt:

$$\begin{array}{ll} 1) & a_c < \frac{a_{01}^2 L_c}{V_p a_t A_1 p_{01}} \\ 2) & a_c < \frac{a_t}{p_{01}}\ . \end{array}$$

Betingelsene for egenverdier i venstre halvplan kan tilnærmes til $a_c < 0$, det vil si negativt stigningstall i kompressorkarakteristikken.

For å bestemme systemets stabilitetsegenskaper benyttes Lyapunovanalyse. I følge Lyapunovteorien er et likevektspunkt i origo i tilstandsrommet stabilt dersom den deriverte av en positiv definitt funksjon $V(x)$ er negativ semidefinitt, $\dot{V}(x) \leq 0$, i et område rundt origo. Systemet er asymptotisk stabilt dersom $\dot{V}(x) < 0$ i et område rundt origo. Ved å innføre et variabelskifte kan systemets oppførsel rundt origo studeres i stedet for oppførselen rundt arbeidspunktene. Variabelen som innføres beskriver avviket mellom virkelig verdi og likevektspunkt.

Definisjon 4.1 *(Avvik fra likevektspunkt)*

$$\bar{p} = p - p_0 \tag{4.1}$$
$$\bar{m} = m - m_0 \tag{4.2}$$
$$\bar{\omega} = \omega - \omega_0, \tag{4.3}$$

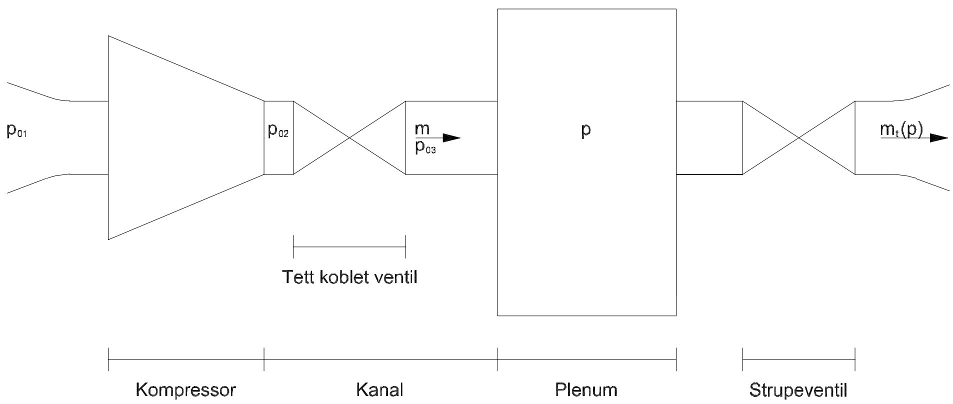
hvor

p_0	-	*Likevektspunkt for trykk (konstant)*
m_0	-	*Likevektspunkt for massestrøm (konstant)*
ω_0	-	*Likevektspunkt for vinkelhastighet (konstant)*

■

4.2.2 Regulering med tett koblet ventil

Surgeregulering med tett koblet ventil er en effektiv metode for surgeregulering. En reguleringsventil innføres i kompressorsystemet, denne kobles nedstrøms kompressoren i en så liten avstand fra kompressoren at det ikke kan lagres betydelig masse mellom kompressoren og ventilen. Figur 7.5 viser kompressor- systemet med tett koblet ventil.

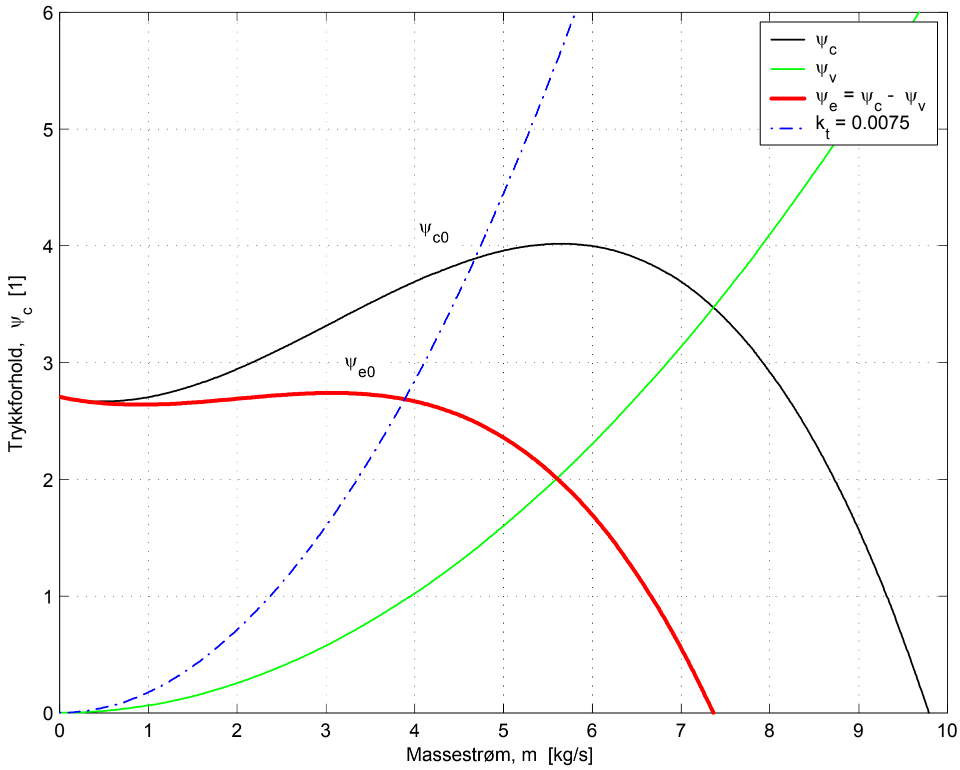


Figur 4.4: Kompressorsystem med tett koblet ventil

Resulterende kompressorkarakteristikk defineres som forholdet mellom utløpstrykket til den tettkoblede ventilen og kompressorens innløpstrykk:

$$
\begin{aligned}
\psi_e &= \frac{p_{03}}{p_{01}} \\
&= \psi_c - \psi_v,
\end{aligned}
\tag{4.4}
$$

hvor p_{03} og ψ_v er henholdsvis den tett koblede ventilens utløpstrykk og dens karakteristikk. Den samlede kompressorkarakteristikken manipuleres ved å endre trykkfallet over reguleringsventilen. Som vist i Figur 4.5 vil et ustabilt likevektspunkt, ψ_{c0}, forskyves til et stabilt likevektspunkt, ψ_{e0}, på den resulterende karakteristikken, ψ_e.



Figur 4.5: Prinsipp for regulering med tett koblet ventil

Modellen for kompressorsystemet med tettkoblet ventil blir:

$$\dot{p} = \frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t) \tag{4.5}$$

$$\dot{m} = \frac{A_1}{L_k}(p_{03} - p) \tag{4.6}$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J}(\tau_d - \tau_l). \tag{4.7}$$

hvor $p_{03} = \psi_c p_{01} - \psi_v p_{01}$ er trykket ved den tett koblede ventilens utløp. Ved å sette inn for p_{03} skrives (4.6) som:

$$\dot{m} = \frac{A_1}{L_k}(\psi_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p). \tag{4.8}$$

Ved å benytte Definisjon 4.1 får man differensialligninger som beskriver avviket fra likevektspunktet.

Differensialligning for avvik fra likevektspunktet for trykket i plenum blir:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{p}} &= \dot{p} \\ &= \frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t) \\ &= \frac{a_{01}^2}{V_p}(\bar{m} + m_0 - m_t) \\ &= \frac{a_{01}^2}{V_p}(\bar{m} - \bar{m}_t), \end{aligned} \quad (4.9)$$

hvor $\bar{m}_t = m_t - m_{t0} = m_t - k_t\sqrt{p_0 - p_{01}} = m_t - m_0$. Differensialligning for avvik fra likevektspunktet for massestrømmen blir:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{m}} &= \dot{m} \\ &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02} - p) \\ &= \frac{A_1}{L_c}(\psi_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p) \\ &= \frac{A_1}{L_c}(\psi_c p_{01} - \psi_v p_{01} - \bar{p} - p_0) \\ &= \frac{A_1}{L_c}((\psi_c - \frac{p_0}{p_{01}})p_{01} - \psi_v p_{01} - \bar{p}) \\ &= \frac{A_1}{L_c}(\bar{\psi}_c p_{01} - \psi_v p_{01} - \bar{p}), \end{aligned} \quad (4.10)$$

hvor $\bar{\psi}_c = \psi_c - \frac{p_0}{p_{01}} = \psi_c - \psi_{c0}$, gitt at $\psi_v = 0$ når $\bar{m} = \bar{\omega} = 0$. Ved å benytte Definisjon 4.1 kan lastmoment fra kompressor uttrykkes som

$$\begin{aligned}\tau_c &= |m| r_2^2 \sigma\omega \\ &= sgn(m) m r_2^2 \sigma\omega \\ &= sgn(m)(\bar{m} + m_0) r_2^2 \sigma(\bar{\omega} + \omega_0) \\ &= sgn(m)\bar{m} r_2^2 \sigma\bar{\omega} + sgn(m) m_0 r_2^2 \sigma\omega_0 + sgn(m)\bar{m} r_2^2 \sigma\bar{\omega} + sgn(m) m_0 r_2^2 \sigma\omega_0 \\ &= sgn(m) r_2^2 \sigma((\bar{m} + m_0)\bar{\omega} + \bar{m}\omega_0) + sgn(m) m_0 r_2^2 \sigma\omega_0 \\ &= \bar{\tau}_c - \tau_{c0}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

hvor $\bar{\tau}_c = \tau_c - \tau_{c0}$. For analysen kreves kontinuerlige funksjoner, leddene $sgn(m)$ erstattes med $\tanh(\frac{m}{\delta})$, hvor δ er en positiv konstant som bestemmer stigningstallet ved $m = 0$.

Differensialligning for avvik fra likevektspunktet for rotasjonshastigheten er gitt ved:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\omega}} &= \dot{\omega} \\ &= \frac{1}{J}(\tau_t - \tau_c) \\ &= \frac{1}{J}(\tau_t - \bar{\tau}_c - \tau_{c0}) \\ &= \frac{1}{J}(\bar{\tau}_t - \bar{\tau}_c), \end{aligned} \tag{4.12}$$

hvor $\bar{\tau}_t = \tau_t - \tau_{t0}$ og $\bar{\tau}_c = \tau_c - \tau_{c0}$. Modellen uttrykkes nå som

$$\dot{\bar{p}} = \frac{a_{01}^2}{V_p}(\bar{m} - \bar{m}_t) \tag{4.13}$$

$$\dot{\bar{m}} = \frac{A_1}{L_c}(\bar{\psi}_c p_{01} - \psi_v p_{01} - \bar{p}) \tag{4.14}$$

$$\dot{\bar{\omega}} = \frac{1}{J}(\bar{\tau}_t - \bar{\tau}_c), \tag{4.15}$$

hvor

$$\begin{aligned}&\bar{m}_t = m_t - m_{t0} = m_t - k_t\sqrt{p_0 - p_{01}} = m_t - m_0 \\ &\bar{\psi}_c = \psi_c - \tfrac{p_0}{p_{01}} = \psi_c - \psi_{co} \\ &\bar{\tau}_c = \tau_c - \tau_{c0} \\ &\bar{\tau}_t = \tau_t - \tau_{t0}.\end{aligned}$$

Regulatorer for surgeregulering med tettkoblet ventil

I [4] foreslås følgende regulator som garanterer semiglobal eksponentiell stabilitet:

Surgeregulator

$$\psi_v = k_v \bar{m} \tag{4.16}$$

Hastighetsregulator

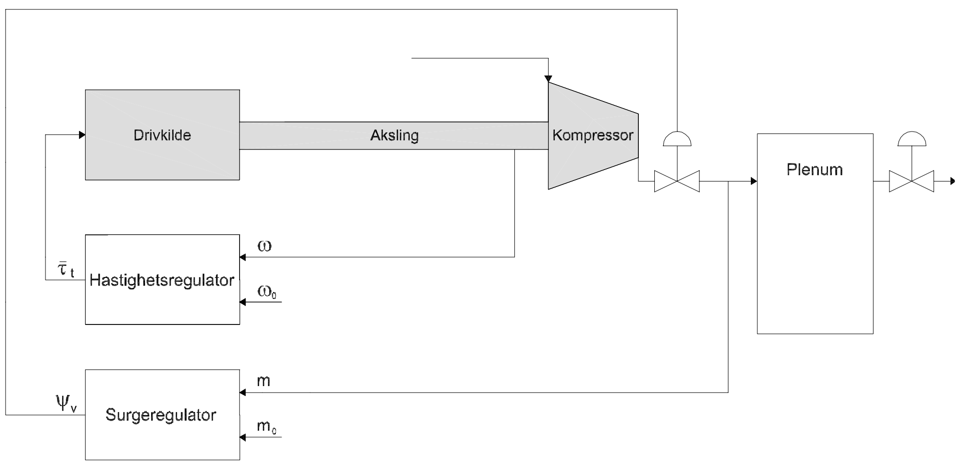
$$\begin{aligned} \bar{\tau}_t &= -k_p \bar{\omega} - k_i I \\ \dot{I} &= \bar{\omega}, \end{aligned} \tag{4.17}$$

hvor

$$k_v > \sup \left\{ \frac{\partial \psi_c}{\partial m} \right\} + \delta_1,$$

og $\delta_1,\ k_p,\ k_i\ >\ 0$, gjør origo i modellen (4.13) - (4.15) semiglobalt eksponentielt stabilt. For stabilitetsanalyse henvises det til [4].

Figur 4.6 viser strukturen for regulering med tett koblet ventil, reguleringsstrategien krever tilbakekobling av rotasjonshastighet og massestrøm.



Figur 4.6: Regulering med tett koblet ventil

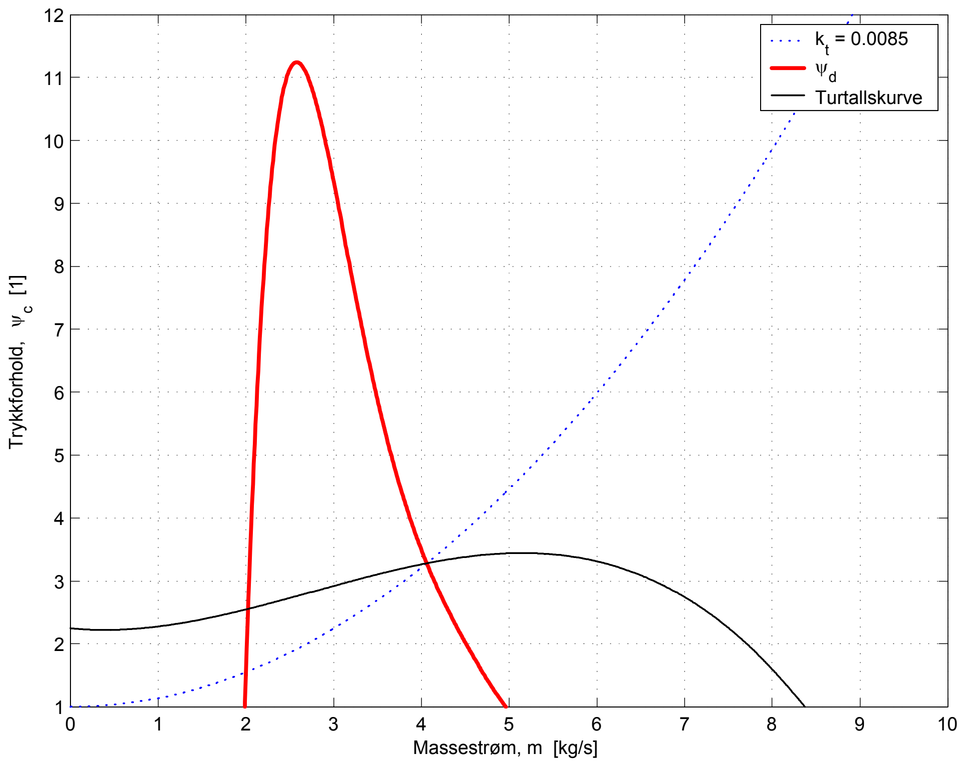
Ulempen med denne reguleringsstrategien er at det oppstår et trykkfall over den tett koblede ventilen, dette er gitt ved:

$$\psi_v p_{01} = p_{02} - p_{03}. \tag{4.18}$$

4.2.3 Regulering med drivmoment

Regulering med drivmoment baseres på å stabilisere det ustabile området uten å introdusere nye prosesstekniske komponenter i systemet, [6]. Dermed unngås tapet som oppstår ved trykkfallet over den tett koblede ventilen. Denne reguleringsstrategien stiller imidlertid høyere krav til at drivkildens rotasjons- hastighet må kunne endres raskt.

Prinsippet for denne reguleringsstrategien er å la avviket fra likevektspunkt i rotasjonshastighet være en funksjon av massestrømmens avvik fra likevektspunkt, $\bar{\omega} = -k_s\bar{m}$. Som Figur 4.7 viser er kompressorkarakteristikkens ustabile område stabilisert, likevektspunktet er i området der den resulterende kompressorkarakteristikken, $\psi_d = \psi(\bar{m}, -k_s\bar{m})$, har negativt stigningstall. Videre designes en surgeregulator, $\bar{\tau}_d$, som benytter måling og tilbakekobling av rotasjonshastighet, ω, og massestrøm, m.



Figur 4.7: Prinsipp for regulering med drivmoment

Ved å benytte definisjon 4.1 uttrykkes modellen som:

$$\dot{\bar{p}} = \frac{a_{01}^2}{V_p}(\bar{m} - \bar{m}_t) \tag{4.19}$$

$$\dot{\bar{m}} = \frac{A_1}{L_c}(\bar{\psi}_c p_{01} - \bar{p}) \tag{4.20}$$

$$\dot{\bar{\omega}} = \frac{1}{J}(\bar{\tau}_t - \bar{\tau}_c), \tag{4.21}$$

hvor

$\bar{m}_t = m_t - m_{t0} = m_t - k_t\sqrt{p_0 - p_{01}} = m_t - m_0$
$\bar{\psi}_c = \psi_c - \frac{p_0}{p_{01}} = \psi_c - \psi_{co}$
$\bar{\tau}_c = \tau_c - \tau_{c0}$
$\bar{\tau}_t = \tau_t - \tau_{t0}.$

I [6] foreslås følgende surgeregulator som medfører globalt eksponentielt stabilt likevektspunkt i modellen (4.19) - (4.20):

$$\bar{\omega} = -k_s\bar{m}, \tag{4.22}$$

hvor

$$k_s > \sup\left\{\frac{\partial\psi_c/\partial m}{\partial\psi_c/\partial\omega}\right\}$$

I stabilitetsanalysen benyttes følgende Lyapunovfunksjonskandidat (LFK):

$$V(\bar{p}, \bar{m}) = \frac{V_p}{a_{01}^2}\bar{p}^2 + \frac{L_c}{A_1}\bar{m}^2. \tag{4.23}$$

Videre vises det at den tidsderiverte av (4.23) langs løsningen til (4.19) - (4.20) uttrykkes som

$$\dot{V}(\bar{p}, \bar{m}) < k_p\bar{p}^2 + k_m\bar{m}^2,$$

hvor $k_p > 0$ avhenger av stigningstallet til strupeventilens karakteristikk og $k_m > 0$ avhenger av kompressorkarakteristikkens stigningstall.

For å oppnå ønsket rotasjonshastighet gitt av (4.22), må surgeregulatoren kombineres med en hastighetsregulator. Den ønskede hastigheten er gitt av

$$\omega_d = \omega_0 - k_s \bar{m}, \tag{4.24}$$

hvor ω_d er den ønskede hastighet gitt av (4.22) og ω_0 er det ønskede likevektspunktet.

Regulator for surgeregulering med drivmoment

I [6] foreslås følgende surgeregulator:

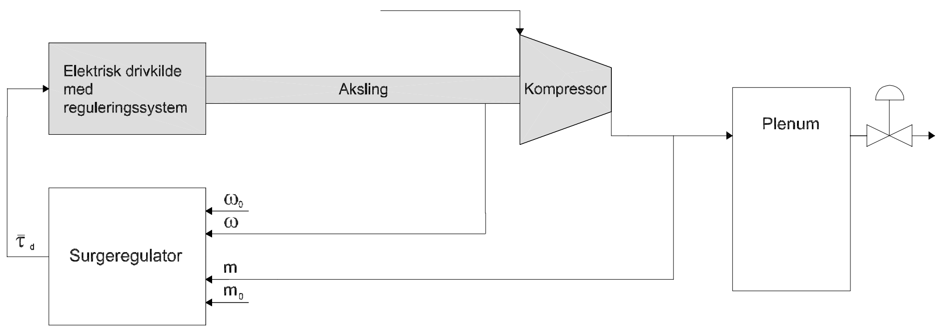
$$\begin{aligned} \bar{\tau}_d &= k_{\bar{\omega}}(\omega_d - \omega) \\ &= k_{\bar{\omega}}(\omega_0 - k_s \bar{m} - (\bar{\omega} + \omega_0)) \\ &= -k_{\bar{\omega}} \bar{\omega} - k_{\bar{m}} \bar{m}, \end{aligned} \tag{4.25}$$

hvor

$$\begin{aligned} k_{\bar{m}} &= k_{\bar{\omega}} k_s \\ k_{\bar{\omega}} &> 0 \\ k_s &> \sup \left(\frac{\partial \psi_c / \partial m}{\partial \psi_c / \partial \omega} \right). \end{aligned}$$

Regulatoren (4.25) gjør at origo av modellen (4.13) - (4.15) konvergerer eksponentielt til et område rundt origo. For stabilitetsanalyse henvises det til [6].

Figur 4.8 viser strukturen for regulering med drivmoment. Reguleringsstrategien krever tilbakekobling av rotasjonshastighet og massestrøm.



Figur 4.8: Regulering med drivmoment

Kapittel 5

Estimering av massestrøm i kompressorsystemer

Regulatorene for aktiv surgeregulering som ble presentert i Kapittel 4 baseres på tilbakekobling av massestrøm. Måling av massestrøm i et kompressorsystem lar seg vanskelig gjennomføre, da måleelementer for massestrøm av gass er dyre og lite pålitelige. Det er derfor ønskelig å estimere massestrømmen, for så å benytte estimatet i tilbakekoblingen.

5.1 Teori

5.1.1 Design av tilstandsestimator

Massestrømsestimatorene som presenteres i dette kapittelet ble designet i [14]. Estimatordynamikken er basert på en kopi av (3.2) i tillegg er det innført et korreksjonsledd for å korrigere for avvik mellom virkelig og estimert verdi. Dette gir:

$$\dot{\hat{m}} = \dot{m}_k + k_{\tilde{m}}(m - \hat{m}),$$

hvor $\hat{m}$ er estimert massestrøm, $\dot{m}_k$ er en kopi av (3.2) og $k_{\tilde{m}}$ er estimatorforsterkning. Dette prinsippet betegnes som lukket sløyfe estimator, da det benyttes en estimatorregulator for å oppnå riktig estimat.

5.1.2 Stabilitetsanalyse

Stabilitetsanalysen for massestrømsestimatoren tar utgangspunkt i avviket mellom virkelig og estimert massestrøm:

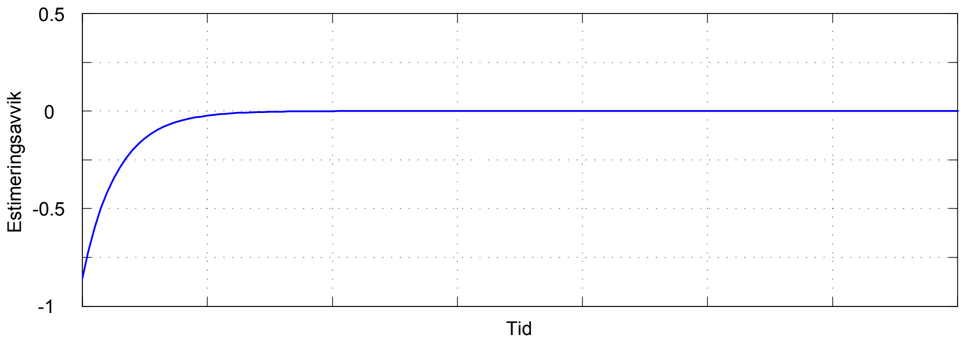
Definisjon 5.1 *(Estimeringsavvik)*

$$\tilde{m} = m - \hat{m}$$

hvor $\hat{m}$ *er estimert massestrøm og* $\tilde{m}$ *er avviket mellom virkelig og estimert massestrøm.*

■

Feildynamikken framkommer ved å derivere estimeringsavviket. Dersom feildynamikken har et asymptotisk stabilt likevektspunkt i origo betyr dette at estimert massestrøm konvergerer til virkelig. Figur 5.1 viser at estimeringsavviket konvergerer til null. For stabilitetsanalyse benyttes Teorem A.1 i Tillegg A.2.



Figur 5.1: Estimeringsavviket konvergerer til null

5.1.3 Separasjonsprinsipp

For å bestemme stabilitetsegenskapene til systemet når estimerte verdier benyttes i tilbakekoblingen betraktes systemet som et kaskadesystem. Videre benyttes et separasjonsprinsipp for analyse av et reguleringssystem med tilstandsestimator som gjør det mulig å dimensjonere regulator og tilstandsestimator hver for seg og uavhengig av hverandre. Kaskadesystemet er gitt på formen, [7]:

$$\begin{aligned}
\Sigma_1 &: \dot{x}_1 = f_1(x_1) \\
\Sigma_2 &: \dot{x}_2 = f_2(x_2) \\
\Sigma_3 &: \dot{x}_3 = f_1(x_1) + g(x_1, x_2),
\end{aligned}$$

hvor kaskadesystemet, Σ_3, er en sammenkobling av to systemer. I [14] ble følgende kaskadesystem benyttet i stabilitetsanalysen:

$$\begin{aligned}
\Sigma_2 &: \dot{x}_2 = f_2(x_2), \\
\Sigma_3 &: \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g(x_1, x_2)x_2
\end{aligned}$$

hvor $\dot{x}_1 = f_1(x_1)$ er feildynamikken til det regulerte systemet og $\dot{x}_2 = f_2(x_2)$ er estimatorens feildynamikk. Estimatet introduseres i regulatoren ved $g(x_1, x_2)x_2$. Kaskadesystemets, Σ_3, stabilitetsegenskaper avhenger av stabilitetsegenskapene til $\dot{x}_1 = f_1(x_1)$, $\dot{x}_2 = f_2(x_2)$ og $g(x_1, x_2)x_2$. I denne avhandlingen presenteres ikke stabilitetsanalyse for estimator og kaskadesystemet, leseren henvises til [14].

5.2 Massestrømsestimator for regulering med tett koblet ventil

Estimatordynamikken fremkommer ved å kopiere (4.8) og legge til et korreksjonsledd:

$$
\begin{aligned}
\dot{\hat{m}} &= \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p) + k_{\tilde{m}}\tilde{m} \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p) + k_{\tilde{m}}(m - \hat{m}),
\end{aligned} \tag{5.1}
$$

hvor $\hat{\psi}_c = \psi_c(\hat{m}, \omega)$ er beregnet kompressorkarakteristikk, $\psi_v p_{01}$ er generert pådrag og $k_{\tilde{m}}\tilde{m}$ er korreksjonsledd. Kompressorkarakteristikken beregnes på grunnlag av estimert massestrøm og målt rotasjonshastighet.

Estimatoren (5.1) kan ikke implementeres da korreksjonsleddet inneholder virkelig verdi av massestrøm, m. Problemet omgås ved å utrykke m fra (3.1):

$$
\begin{aligned}
\dot{p} &= \frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t) \\
&\Rightarrow \quad m = \frac{V_p}{a_{01}^2}\dot{p} + m_t.
\end{aligned} \tag{5.2}
$$

Ved å sette (5.2) inn for m i (5.1) framkommer følgende estimatordynamikk:

$$
\begin{aligned}
\dot{\hat{m}} &= \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p) + k_{\tilde{m}}(\frac{V_p}{a_{01}^2}\dot{p} + m_t - \hat{m}) \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}}m_t + k_{\tilde{m}}\frac{V_p}{a_{01}^2}\dot{p} \\
\frac{d}{dt}(\hat{m} - k_{\tilde{m}}\frac{V_p}{a_{01}^2}p) &= \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}}m_t.
\end{aligned} \tag{5.3}
$$

Det er ikke ønskelig at $\dot{p}$ inngår i estimatordynamikken, problemet omgås ved å innføre variabelen z :

$$z = \hat{m} - k_z p, \tag{5.4}$$

hvor

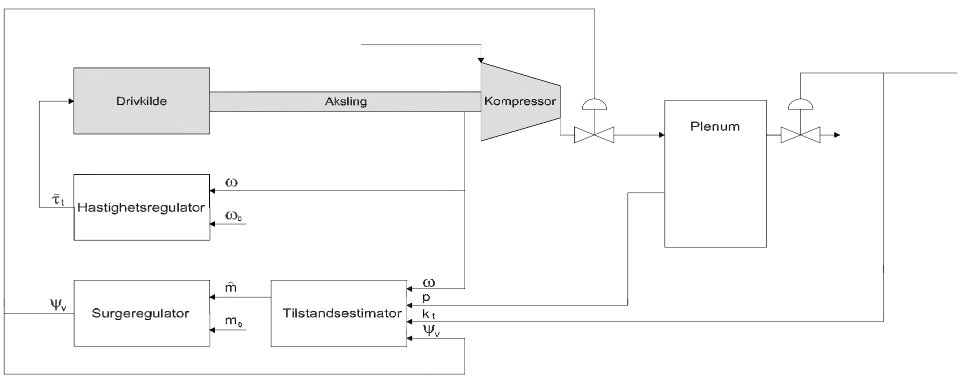
$$k_z = k_{\tilde{m}} \frac{V_p}{a_{01}^2} \tag{5.5}$$

Massestrømsestimator for regulering med tett koblet ventil

Estimatoren som implementeres for regulering med tett koblet ventil er som følger:

$$\begin{aligned} \hat{m} &= z + k_z p && (5.6) \\ \dot{z} &= \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p) - k_{\tilde{m}} \hat{m} + k_{\tilde{m}} m_t && (5.7) \end{aligned}$$

For estimering av massestrøm, m, benyttes måling av vinkelhastighet, ω, og plenumstrykk, p, se Figur 5.2. I tillegg benyttes en tilnærming av kompressorkarakteristikken, $\hat{\psi}_c$, i estimatoren.



Figur 5.2: Estimator for regulering med tett koblet ventil

5.2.1 Feildynamikk

Estimatorens feildynamikk finnes ved å derivere avviket mellom virkelig og estimert massestrøm. Estimert massestrøm konvergerer til virkelig dersom feildynamikken har et asymptotisk stabilt likevektspunkt i origo. Feildynamikken uttrykkes ved:

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{m}} &= \dot{m} - \dot{\hat{m}} \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\psi_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p) - \left(\frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - \psi_v p_{01} - p) + k_{\tilde{m}}\tilde{m}\right) \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\psi_c p_{01} - \hat{\psi}_c p_{01}) - k_{\tilde{m}}\tilde{m} \\
&= \frac{A_1}{L_c}\tilde{\psi}_c p_{01} - k_{\tilde{m}}\tilde{m}, \qquad (5.8)
\end{aligned}$$

hvor $\tilde{\psi}_c = \psi_c - \hat{\psi}_c$. I [14] vises det at estimatoren er eksponentiell stabil samt et separasjonsprinsipp som viser at systemet forblir stabilt når estimert verdi benyttes i regulatoren. separasjonsprinsippet gjør det mulig å tune regulator og estimator hver for seg og uavhengig av hverandre, for utledning henvises leseren til [14].

5.3 Massestrømsestimator for regulering med drivmoment

Estimatordynamikken fremkommer ved å legge et korreksjonsledd til differensialligning for massestrøm, (3.2):

$$\dot{\hat{m}} = \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - p) + k_{\tilde{m}}\tilde{m}, \tag{5.9}$$

hvor $k_{\tilde{m}}\tilde{m}$ er korreksjonsledd. Estimatoren (5.9) kan ikke implementeres da korreksjonsleddet inneholder virkelig verdi av massestrøm. Problemet omgås på samme måte som i Kapittel 5.2 ved å innføre variabelen:

$$z = \hat{m} - k_z p, \tag{5.10}$$

hvor k_z er en variabel som kan velges fritt. Den deriverte av (5.10) finnes ved å benytte (5.9) og (3.1):

$$\begin{aligned}
\dot{z} &= \dot{\hat{m}} - k_z\dot{p} \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - p) + k_{\tilde{m}}\tilde{m} - k_z\frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t) \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - p) + k_{\tilde{m}}m - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_z\frac{a_{01}^2}{V_p}m_t - k_z\frac{a_{01}^2}{V_p}m \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_z\frac{a_{01}^2}{V_p}m_t + (k_{\tilde{m}} - k_z\frac{a_{01}^2}{V_p})m, \qquad (5.11)
\end{aligned}$$

hvor k_z velges slik at $\dot{z}$ blir uavhengig av m :

$$\begin{aligned}
(k_{\tilde{m}} - k_z\frac{a_{01}^2}{V_p})m &= 0 \\
k_z &= \frac{V_p}{a_{01}^2}k_{\tilde{m}} \qquad (5.12)
\end{aligned}$$

Ved å velge k_z som i (5.12) kan (5.11) skrives som:

$$\dot{z} = \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}}m_t \tag{5.13}$$

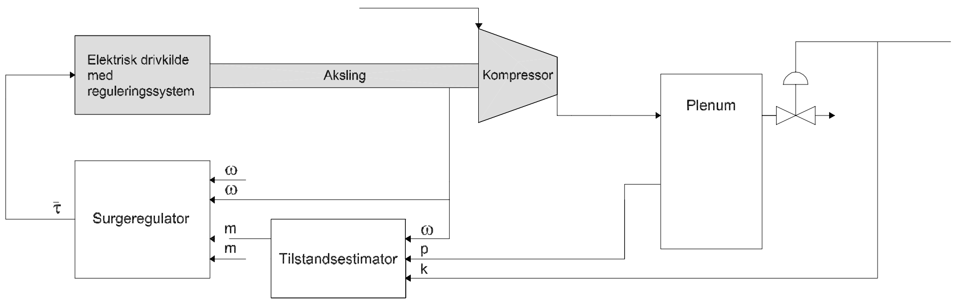
Massestrømsestimator for regulering med drivmoment

Estimatoren som implementeres for regulering med drivmoment er som følger:

$$\hat{m} = z + k_z p \tag{5.14}$$

$$\dot{z} = \frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}} m_t \tag{5.15}$$

For estimering av massestrøm, m, benyttes måling av vinkelhastighet, ω, og plenumstrykk, p, se Figur 5.3. I tillegg benyttes en tilnærming av kompressor-karakteristikken, $\hat{\psi}_c$, i estimatoren.



Figur 5.3: Estimator for regulering med drivmoment

5.3.1 Feildynamikk

Estimatorens feildynamikk finnes ved å derivere avviket mellom virkelig og estimert massestrøm. Estimert massestrøm konvergerer til virkelig dersom feildynamikken har et stabilt likevektspunkt i origo. Feildynamikken uttrykkes som:

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{m}} &= \dot{m} - \dot{\hat{m}} \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\psi_c p_{01} - p) - \left(\frac{A_1}{L_c}(\hat{\psi}_c p_{01} - p) + k_{\tilde{m}}\tilde{m}\right) \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\psi_c p_{01} - \hat{\psi}_c p_{01}) - k_{\tilde{m}}\tilde{m} \\
&= \frac{A_1}{L_c}\tilde{\psi}_c p_{01} - k_{\tilde{m}}\tilde{m}, \qquad (5.16)
\end{aligned}$$

hvor $\tilde{\psi}_c = \psi_c - \hat{\psi}_c$. I [14] vises det at estimatoren er eksponentiell stabil samt et separasjonsprinsipp som viser at systemet forblir stabilt når estimert verdi benyttes i regulatoren. separasjonsprinsippet gjør det mulig å tune regulator og estimator hver for seg og uavhengig av hverandre, for utledning henvises leseren til [14].

Kapittel 6

Modifisert massestrømsestimator

Tilstandsestimatorene fra Kapittel 5 benytter en funksjon for beregning av kompressorkarakteristikken for å estimere massestrømmen. Det er ønskelig å erstatte kompressorkarakteristikken i estimatordynamikken, da det kan være at den ikke er kjent eller at den endres under drift.

I Kapittel 2 ble kompressorkarakteristikken definert som

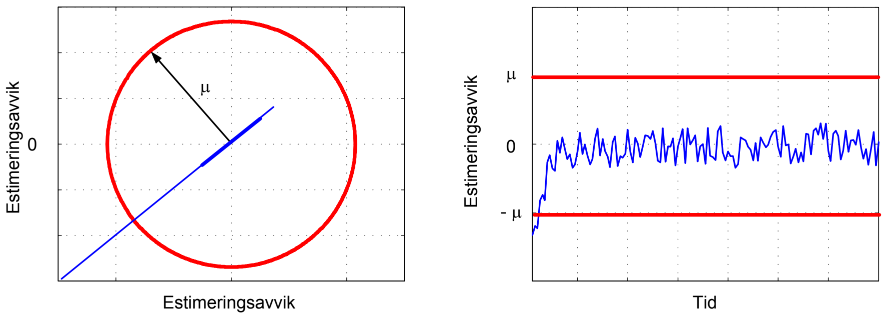
$$\psi_c(m,\omega) = \frac{p_{02}(m,\omega)}{p_{01}}.$$

I dette kapittelet designes en tilstandsestimator for hver av reguleringsstrategiene fra Kapittel 4, hvor kompressorkarakteristikken erstattes med en måling av kompressorens utløpstrykk. Estimatordynamikken modifiseres ved å erstatte uttrykket $\psi_c p_{01}$ med en måling av kompressorens utløpstrykk p_{02}, dette vises i Kapittel 6.2 og Kapittel 6.3. Videre utføres stabilitetsanalyse som viser at de modifiserte tilstandsestimatorene er eksponentiell stabil. Det utføres også robusthetsanalyse for estimatorene.

6.1 Teori

6.1.1 Robusthetsanalyse

På grunn av prosess- og målestøy vil det i praksis alltid være et avvik mellom estimert og virkelig massestrøm. Teorem A.2 i Tillegg A.2 benyttes til å analysere estimatorens robusthet. Estimeringsavviket skal konvergere til en ball med radius μ, se Figur 6.1.



Figur 6.1: Estimeringsavviket konvergerer til og holder seg innenfor grensen μ

6.1.2 Målefeil

For robusthetsanalysen defineres *målefeil* som avviket mellom ideell og målt verdi. Ideell verdi defineres som tilstandsvariabelens virkelige verdi under ideelle forhold, det vil si uten påvirkning av støy.

Definisjon 6.1 *(Målefeil)*

$$\begin{aligned}\delta_{p_{02}} &= p_{02} - p_{02_m} \\ \delta_p &= p - p_m,\end{aligned}$$

hvor p_{02} *og* p *er ideelle, og* p_{02_m} *og* p_m *er målte verdier av henholdsvis kompressorens utløpstrykk og plenumstrykk.*

■

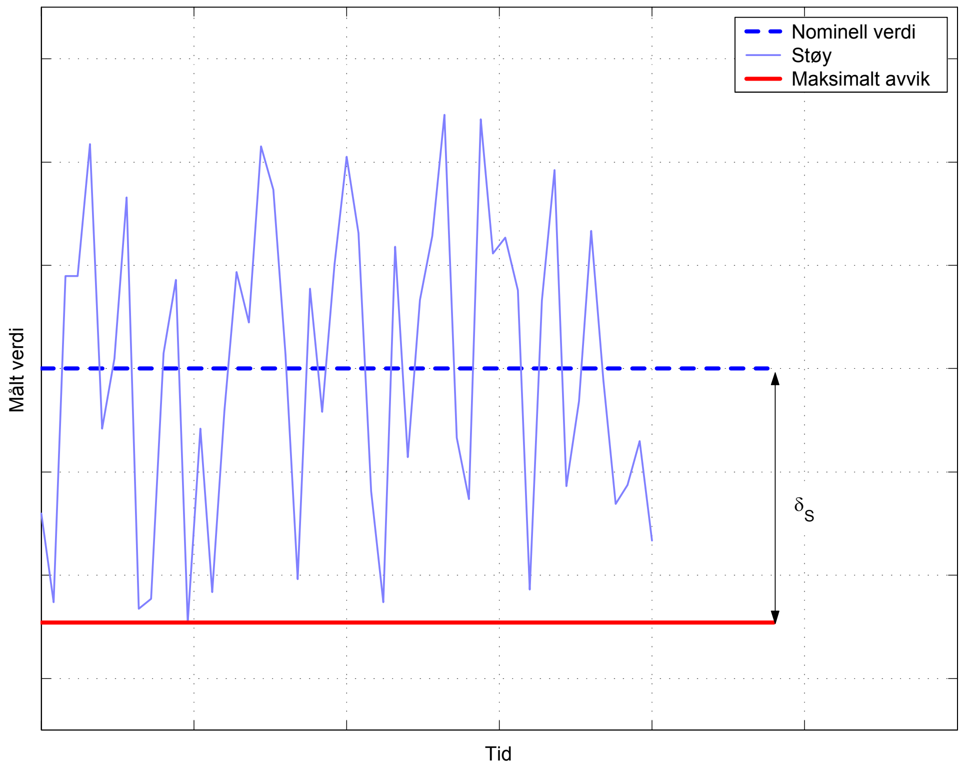
Avviket mellom ideell og målt verdi skyldes prosess- og målestøy samt usikkerheten til måleinstrumentet

$$\begin{aligned} \delta_{p_{02}} &= \delta_{Sp_{02}} + \delta_{Mp_{02}} \\ \delta_{p} &= \delta_{Sp} + \delta_{Mp}, \end{aligned}$$

hvor δ_{S_i} er prosess- og målestøy og δ_{M_i} usikkerhet i måleinstrument. Prosess og målestøy skyldes henholdsvis turbulente forhold i kompressorsystemet og elektromagnetiske forstyrrelser i målesignalet.

Prosess- og målestøy, δ_S

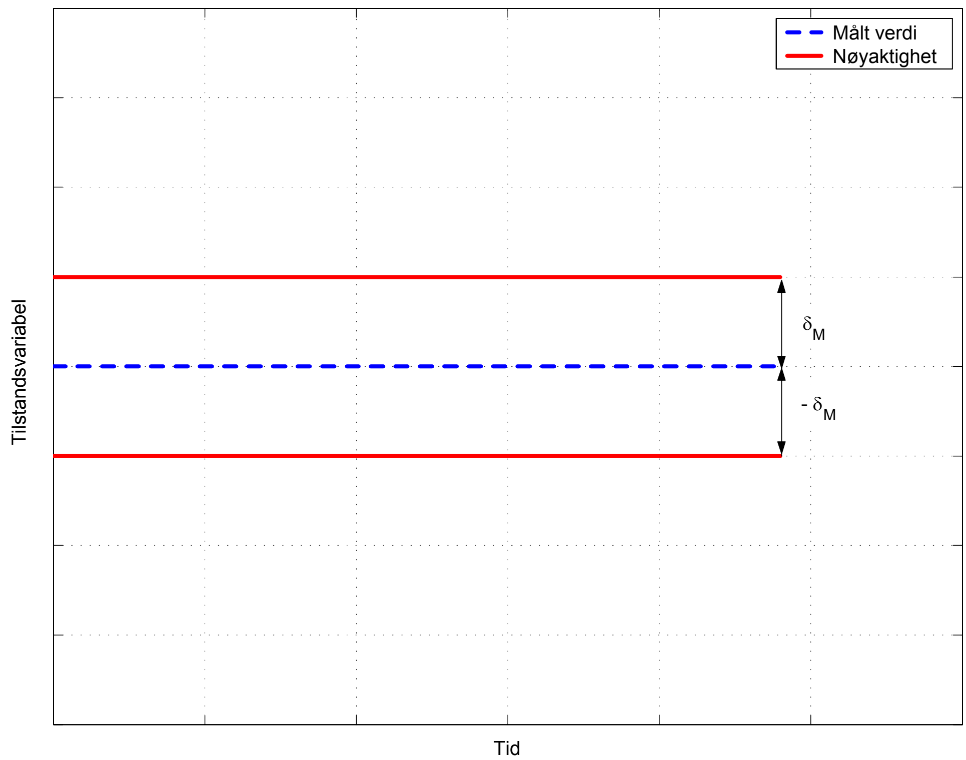
Målingens nominelle verdi vil i praksis overlagres med høyfrekvent prosess- og målestøy, som vist i Figur 6.2. Nominell måleverdi er støyens middelverdi og δ_S er største avvik fra denne.



Figur 6.2: Prosess- og målestøy, δ_S

Unøyaktighet, δ_M

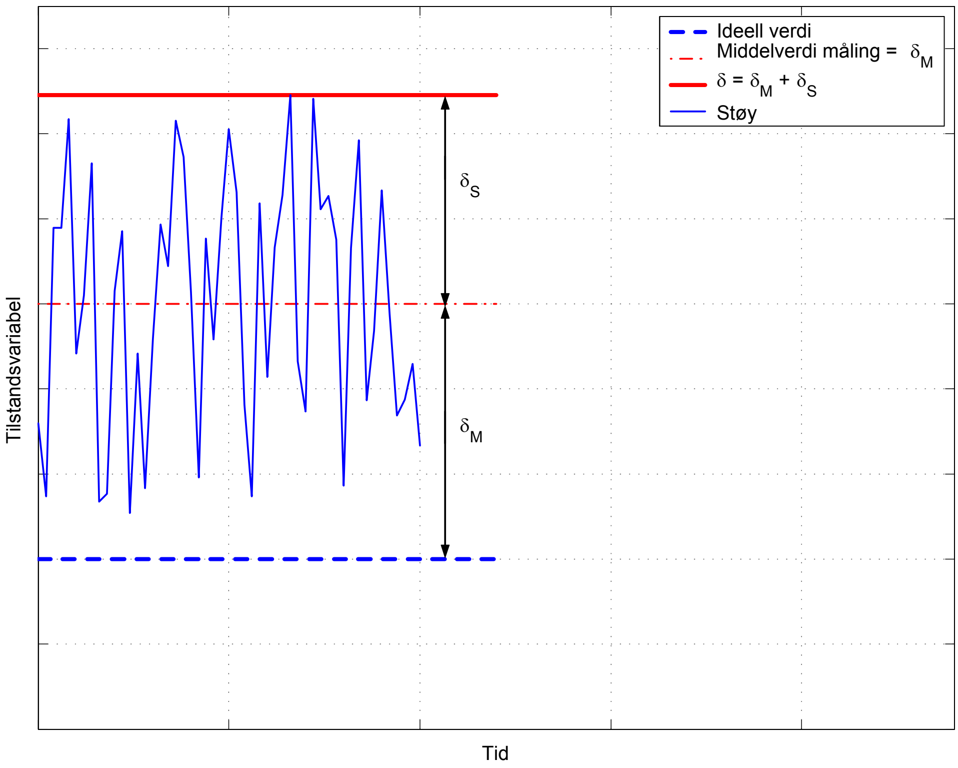
Grunnet unøyaktighet i måleinstrumentene kan det oppstå et avvik mellom virkelig og målingens nominelle verdi. Det maksimale avviket, δ_M, er gitt av nøyaktigheten til måleinstrumentet. Nøyaktigheten oppgis i prosent av kalibrert område, typisk $\pm 0.5\%$. Figur 6.3 viser målt verdi og største tillatt avvik, $\pm\delta_M$, fra den virkelige verdien.



Figur 6.3: Målenøyaktighet, δ_M

Målefeil, δ

Målefeil, δ, er summen av prosess- og målestøy, δ_S, og unøyaktighet, δ_M. Figur 6.4 viser maksimal målefeil, det vil si at støyens middelverdi er lik grensen for unøyaktighet i måleinstrument, δ_M.



Figur 6.4: Målefeil, δ

Beregningsavvik for massestrøm, δ_{m_t}

Det må også tas høyde for at massestrøm gjennom strupeventil beregnes på grunnlag av målt plenumstrykk, p_m. Avviket mellom ideell og beregnet massestrøm gjennom strupeventil er gitt ved:

$$\begin{aligned}
\delta_{m_t} &= m_t(p) - m_t(p_m) \\
&= k_t\sqrt{p - p_{01}} - k_t\sqrt{p_m - p_{01}} \\
&= k_t\sqrt{p - p_{01}} - k_t\sqrt{p - p_{01} - |\delta_p|}.
\end{aligned}$$

Det er ikke ønskelig å utrykke δ_{m_t} som en ulineær funksjon, øvre begrensning til δ_{m_t} blir:

$$\delta_{m_t} = k_t\left(\sqrt{p - p_{01}} - \sqrt{p - p_{01} - |\delta_p|}\right)$$

Det antas at $|\delta_p|$ er øvre begrenset og at $p - p_{01} - |\delta_p| > 0$, øvre grense for δ_{m_t} blir:

$$\begin{aligned}
0 &< \sqrt{p - p_{01}} - \sqrt{p - p_{01} - |\delta_p|} \leq 1 \\
&\Rightarrow 0 < \delta_{m_t} \leq k_t\sqrt{|\delta_p|}.
\end{aligned} \tag{6.1}$$

6.2 Modifisert massestrømsestimator for regulering med tett koblet ventil

Massestrømsestimatoren for regulering med tett koblet ventil modifiseres ved å erstatte kompressorkarakteristikken, $\psi_c p_{01}$, med måling av kompressorens utløpstrykk, p_{02_m}, i (5.7). Utledning av estimator- og z-dynamikk er identisk som i Kapittel 5.2.

Modifisert massestrømsestimator for regulering med tett koblet ventil

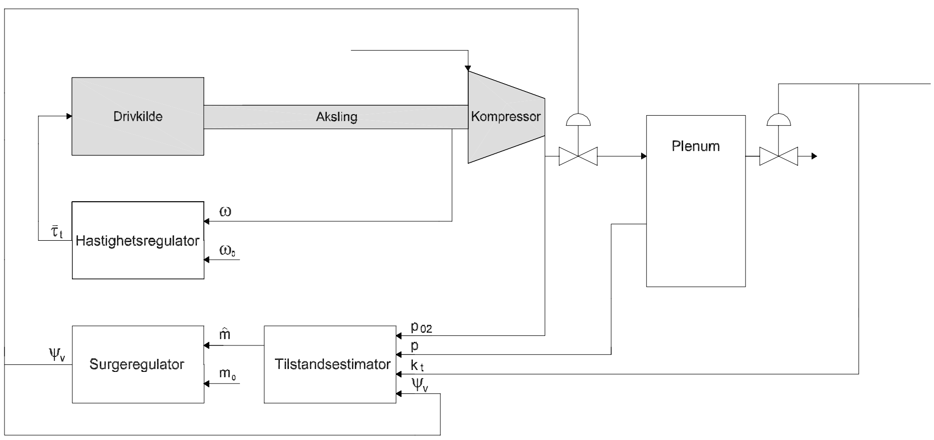
Den modifiserte estimatoren som implementeres for regulering med tett koblet ventil er som følger:

$$\hat{m} = z - k_z p_m \tag{6.2}$$

$$\dot{z} = \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - \psi_v p_{01} - p_m) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}} m_t(p_m) \tag{6.3}$$

hvor p_{02_m} og p_m er målinger av henholdsvis utløps- og plenumstrykk, k_z er gitt av (5.5).

Figur 6.5 viser blokkdiagram av modifisert massestrømsestimator for regulering med tett koblet ventil. Som figuren viser benyttes målinger av utløps- og plenumstrykk for å estimere massestrømmen.



Figur 6.5: Massestrømsestimator for regulering med tett koblet ventil

6.2.1 Stabilitetsanalyse

Dersom man antar nøyaktig måling av utløpstrykk og plenumstrykk, det vil si $p_{02_m} = p_{02}$ og $p_m = p$, uttrykkes estimatoren som følger:

$$\begin{aligned} \hat{m} &= z + k_z p & (6.4) \\ \dot{z} &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02} - \psi_v p_{01} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}} m_t(p) & (6.5) \end{aligned}$$

Estimatordynamikken blir som følger:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{m}} &= \dot{z} + k_z \dot{p} \\ &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02} - \psi_v p_{01} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}} m_t(p) + k_z \left(\frac{a_{01}^2}{V_p} (m - m_t(p)) \right) \quad (6.6) \end{aligned}$$

hvor k_z er gitt av (5.5), estimatordynamikken blir da:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{m}} &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02} - \psi_v p_{01} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}} m_t(p) + k_{\tilde{m}} m - k_{\tilde{m}} m_t \\ &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02} - \psi_v p_{01} - p) + k_{\tilde{m}}(m - \hat{m}) \\ &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02} - \psi_v p_{01} - p) + k_{\tilde{m}}\tilde{m} \quad (6.7) \end{aligned}$$

Feildynamikk

Estimatorens stabilitetsegenskaper finnes ved å vise at feildynamikken har et asymptotisk stabilt likevektspunkt i origo som innebærer at estimert konvergerer mot den virkelige:

$$
\begin{aligned}
\dot{\tilde{m}} &= \dot{m} - \dot{\hat{m}} \\
&= \frac{A_1}{L_c}(p_{02} - \psi_v p_{01} - p) - \left(\frac{A_1}{L_c}(p_{02} - \psi_v p_{01} - p) + k_{\tilde{m}}\tilde{m}\right) \\
&= -k_{\tilde{m}}\tilde{m}. \qquad (6.8)
\end{aligned}
$$

I stabilitetsanalysen benyttes LFK:

$$
V(\tilde{m}) = \frac{1}{2}\tilde{m}^2 > 0 \quad \forall \;\; \tilde{m} \neq 0, \qquad (6.9)
$$

asymptotisk stabilitet påvises ved å vise at den deriverte av LFK er negativ definitt:

$$
\begin{aligned}
\dot{V}(\tilde{m}) &= \tilde{m}\dot{\tilde{m}} \\
&= -k_{\tilde{m}}\tilde{m}^2 < 0 \quad \forall \;\; \tilde{m} \neq 0 \qquad (6.10)
\end{aligned}
$$

Teorem A.1 er oppfylt, estimatoren er dermed asymptotisk stabil.

6.2.2 Robusthetsanalyse

I praksis må man regne med at målingene ikke er nøyaktige, som beskrevet Kapittel 6.1. I robusthetsanalysen antas det at målingene av utløps- og plenumstrykk er gitt med henholdsvis $p_{02_m} = p_{02} - \delta_{p_{02}}$ og $p_m = p - \delta_p$. Massestrømmen gjennom strupeventilen, $m_t(p_m)$, beregnes på grunnlag av målt plenumstrykk, og vil dermed være beheftet med usikkerhet, $m_t(p_m) = m_t(p) - \delta_{m_t}$. Estimatordynamikken fremkommer ved å kopiere (4.8) og legge til et korreksjonsledd:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{m}} &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - \psi_v p_{01} - p_m) + k_{\tilde{m}}\tilde{m} \\
&= (p_{02_m} - \psi_v p_{01} - (p - \delta_p)) + k_{\tilde{m}}(m - \hat{m}),
\end{aligned} \tag{6.11}$$

Estimatoren (6.11) kan ikke implementeres da korreksjonsleddet inneholder virkelig verdi av massestrøm, m. Problemet omgås ved å utrykke m fra (3.1):

$$\begin{aligned}
\dot{p} &= \frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t(p_m)) \\
\dot{p}_m + \dot{\delta}_p &= \frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t(p_m)) \\
&\Rightarrow \quad m = \frac{V_p}{a_{01}^2}(\dot{p}_m + \dot{\delta}_p) + m_t(p_m).
\end{aligned} \tag{6.12}$$

Ved å sette (6.12) inn for m i (6.11) framkommer følgende estimatordynamikk:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{m}} &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - \psi_v p_{01} - p_m) \\
&\quad + k_{\tilde{m}}\left(\frac{V_p}{a_{01}^2}(\dot{p}_m + \dot{\delta}_p) + m_t(p_m) - \hat{m}\right) \\
&= \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - \psi_v p_{01} - p_m) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}}m_t(p_m) \\
&\quad + k_{\tilde{m}}\frac{V_p}{a_{01}^2}\dot{p}_m + k_{\tilde{m}}\frac{V_p}{a_{01}^2}\dot{\delta}_p \\
\frac{d}{dt}\left(\hat{m} - k_{\tilde{m}}\frac{V_p}{a_{01}^2}p_m\right) &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - \psi_v p_{01} - p_m) - k_{\tilde{m}}\hat{m} \\
&\quad + k_{\tilde{m}}m_t(p_m) + k_{\tilde{m}}\frac{V_p}{a_{01}^2}\dot{\delta}_p.
\end{aligned} \tag{6.13}$$

Det er ikke ønskelig at $\dot{p}$ inngår i estimatordynamikken, problemet omgås ved å innføre variabelen z :

$$z = \hat{m} - k_z p_m, \tag{6.14}$$

Ved å benytte (6.13) og (6.14) blir z-dynamikken som følger:

$$\dot{z} = \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - \psi_v p_{01} - p_m) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}} m_t(p_m) + k_z \dot{\delta}_p.$$

Estimatordynamikken blir som følger:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{m}} &= \dot{z} + k_z \dot{p}_m \\
&= \dot{z} + k_z(\dot{p} - \dot{\delta}_p) \\
&= \left(\frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - \psi_v p_{01} - p_m) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}} m_t(p_m) + k_z \dot{\delta}_p\right) \\
&\quad + k_z \left(\frac{a_{01}^2}{V_p}\left(m - m_t(p)\right) - \dot{\delta}_p\right)
\end{aligned} \tag{6.15}$$

hvor k_z er gitt av (5.5), estimatordynamikken blir da:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{m}} &= \left(\frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - \psi_v p_{01} - p_m) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}} m_t(p_m) + k_z \dot{\delta}_p\right) \\
&\quad + \left(k_{\tilde{m}} m - k_{\tilde{m}} m_t(p) - k_z \dot{\delta}_p\right) \\
&= \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - \psi_v p_{01} - p_m) + k_{\tilde{m}}(m - \hat{m}) \\
&= \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - \psi_v p_{01} - p_m) + k_{\tilde{m}}\tilde{m}
\end{aligned} \tag{6.16}$$

Feildynamikk

Estimatorens stabilitetsegenskaper vises ved å vise at feildynamikken har et stabilt likevektspunkt i origo. Stabilt likevektspunkt i origo innebærer at estimert massestrøm konvergerer til et område rundt den virkelige. Feildynamikken uttrykkes som følger:

$$
\begin{aligned}
\dot{\tilde{m}} &= \dot{m} - \dot{\hat{m}} \\
&= \frac{A_1}{L_c}(p_{02} - \psi_v p_{01} - p) - \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - \psi_v p_{01} - p_m) \\
&\quad + k_{\tilde{m}} k_t(\sqrt{p_m - p_{01}} - \sqrt{p - p_{01}}) + k_{\tilde{m}}\tilde{m} \\
&= \frac{A_1}{L_c}((p_{02} - p_{02_m}) - (p - p_m)) - k_{\tilde{m}} k_t(\sqrt{p - p_{01}} - \sqrt{p_m - p_{01}}) \\
&\quad - k_{\tilde{m}}\tilde{m} \\
&= \delta_f - k_{\tilde{m}}\tilde{m},
\end{aligned} \tag{6.17}
$$

hvor δ_f er den samlede usikkerheten og er gitt som:

$$
\begin{aligned}
\delta_f &= \frac{A_1}{L_c}\left[(p_{02} - p_{02_m}) - (p - p_m)\right] - k_{\tilde{m}} k_t(\sqrt{p - p_{01}} - \sqrt{p_m - p_{01}}) \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\delta_{p_{02}} - \delta_p) - k_{\tilde{m}}\delta_{m_t}.
\end{aligned} \tag{6.18}
$$

hvor øvre grense til δ_{m_t} er gitt ved (6.1).

I robusthetsanalysen benyttes den samme LFK som i Kapittel 6.2.1:

$$V(\tilde{m}) = \frac{1}{2}\tilde{m}^2 > 0 \ \ \forall\ \tilde{m} \neq 0 \tag{6.19}$$

Den deriverte av LFK blir:

$$
\begin{aligned}
\dot{V}(\tilde{m}) &= \tilde{m}\dot{\tilde{m}} \\
&= \delta_f\tilde{m} - k_{\tilde{m}}\tilde{m}^2.
\end{aligned} \tag{6.20}
$$

Feilleddet, $\delta_f\tilde{m}$, medfører at den deriverte av LFK ikke er negativ definitt, det kan dermed ikke påvises asymptotisk stabilitet. Teorem A.2 benyttes for å vise at estimeringsavviket er begrenset.

Klasse $\mathcal{K}$ funksjonene, $\alpha_1(||\tilde{m}||)$ og $\alpha_2(||\tilde{m}||)$, i (A.2) velges lik LFK:

$$V(\tilde{m}) = \alpha_1(||\tilde{m}||) = \alpha_2(||\tilde{m}||) = \frac{1}{2}||\tilde{m}||$$

Den deriverte av LFK er gitt ved (6.20). Funksjonen $-W_3(||\tilde{m}||)$ velges som:

$$-W_3(||\tilde{m}||) = k_\delta||\tilde{m}|| - k_\delta||\tilde{m}||^2 \tag{6.21}$$

Ulikheten (A.3) tilfredsstilles ved:

$$\begin{aligned} \delta_f\tilde{m} - k_{\tilde{m}}\tilde{m}^2 &\leq k_\delta||\tilde{m}|| - k_\delta||\tilde{m}||^2, \quad k_\delta \geq ||\delta_f||_\infty \\ \Rightarrow \dot{V}(\tilde{m}) &\quad -(k_{\tilde{m}}||\tilde{m}|| - k_\delta)||\tilde{m}||, \quad \forall\ ||\tilde{m}|| \geq \frac{k_\delta}{k_{\tilde{m}}} = \mu \end{aligned} \tag{6.22}$$

Da $\mathcal{D} = \mathcal{R}$ og $\alpha_1(||\tilde{m}||)$ er en klasse $\mathcal{K}_\infty$ funksjon, Definisjon A.1, gjelder ulikhetene (A.5) og (A.6) for alle initialtilstander $\tilde{m}(t_0)$ uten begrensning hvor stor μ er. Teorem A.1 er oppfylt og det er dermed vist at estimeringsavviket er begrenset.

$$||\tilde{m}|| \leq \frac{k_\delta}{k_{\tilde{m}}} = \mu \tag{6.23}$$

Det er ønskelig at området estimeringsavviket skal konvergere til, $\mu = \frac{k_\delta}{k_{\tilde{m}}}$, er minst mulig. Ved å velge høy estimatorforsterkning, $k_{\tilde{m}}$, og/eller nøyaktig måling, det vil si liten k_δ, reduseres området estimeringsavviket konvergerer til.

6.3 Modifisert massestrømsestimator for regulering med drivmoment

Massestrømsestimatoren for regulering med drivmoment modifiseres ved å erstatte kompressorkarakteristikken, $\psi_c p_{01}$, med måling av kompressorens utløpstrykk, p_{02_m}, i (5.15). Utledning av estimator- og z-dynamikk er identisk som i Kapittel 5.3.

Modifisert massestrømsestimator for regulering med drivmoment

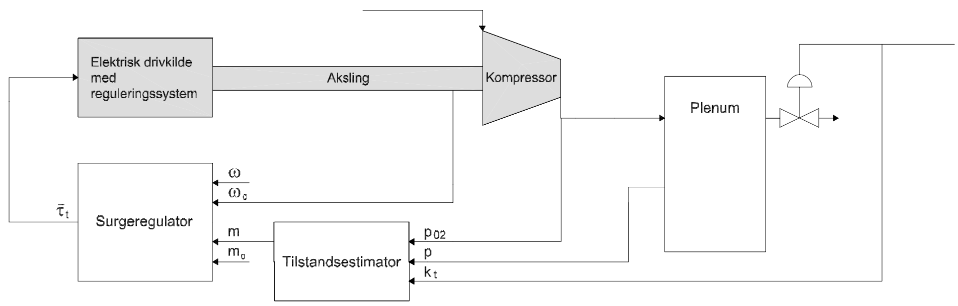
Den modifiserte estimatoren som implementeres for regulering med tett koblet ventil er som følger:

$$\hat{m} = z + k_z p_m \tag{6.24}$$

$$\dot{z} = \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - p_m) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}} m_t(p_m) \tag{6.25}$$

hvor p_{02_m} og p_m er målinger av henholdsvis utløps- og plenumstrykk, k_z er gitt av (5.12).

Figur 6.6 viser blokkdiagram av modifisert massestrømsestimator for regulering med tett koblet ventil, som figuren viser benyttes målinger av utløps- og plenumstrykk for å estimere massestrømmen.



Figur 6.6: Massestrømsestimator for regulering med drivmoment

6.3.1 Stabilitetsanalyse

Dersom man antar nøyaktig måling av utløpstrykk og plenumstrykk, det vil si $p_{02_m} = p_{02}$ og $p_m = p$, uttrykkes estimatoren som følger:

$$\begin{aligned} \hat{m} &= z + k_z p && (6.26) \\ \dot{z} &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}} m_t(p) && (6.27) \end{aligned}$$

Estimatordynamikken blir som følger:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{m}} &= \dot{z} + k_z \dot{p} \\ &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}} m_t(p) + k_z \left(\frac{a_{01}^2}{V_p} (m - m_t(p)) \right) && (6.28) \end{aligned}$$

hvor k_z er gitt av (5.12), estimatordynamikken blir da:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{m}} &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}} m_t(p) + k_{\tilde{m}} m - k_{\tilde{m}} m_t \\ &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02} - p) + k_{\tilde{m}}(m - \hat{m}) \\ &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02} - p) + k_{\tilde{m}}\tilde{m} && (6.29) \end{aligned}$$

Feildynamikk

Estimatorens stabilitetsegenskaper finnes ved å vise at feildynamikken har et asymptotisk stabilt likevektspunkt i origo, som innebærer at estimert verdi konvergerer mot den virkelige. Feildynamikken uttrykkes som følger:

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{m}} &= \dot{m} - \dot{\hat{m}} \\
&= \frac{A_1}{L_c}(p_{02} - p) - \left(\frac{A_1}{L_c}(p_{02} - p) + k_{\tilde{m}}\tilde{m}\right) \\
&= -k_{\tilde{m}}\tilde{m} \qquad (6.30)
\end{aligned}$$

Følgende LFK benyttes:

$$V(\tilde{m}) = \frac{1}{2}\tilde{m}^2 > 0 \quad \forall \quad \tilde{m} \neq 0, \qquad (6.31)$$

asymptotisk stabilitet påvises ved å vise at den deriverte av LFK er negativ definitt

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\tilde{m}) &= \tilde{m}\dot{\tilde{m}} \\
&= -k_{\tilde{m}}\tilde{m}^2 < 0 \quad \forall \quad \tilde{m} \neq 0 \qquad (6.32)
\end{aligned}$$

Teorem A.1 er oppfylt, estimatoren er dermed asymptotisk stabil.

6.3.2 Robusthetsanalyse

I praksis må man regne med at målingene ikke er nøyaktige, i dette kapittelet antas det at målingene av utløps- og plenumstrykk er gitt med henholdsvis $p_{02_m} = p_{02} - \delta_{p_{02}}$ og $p_m = p - \delta_p$. Den beregnede massestrømmen, $m_t(p_m)$, er også beheftet med usikkerhet, $m_t(p_m) = m_t(p) - \delta_{m_t}$. Estimatordynamikken fremkommer ved å kopiere (3.2) og legge til et korreksjonsledd:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{m}} &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - p_m) + k_{\tilde{m}}\tilde{m} \\ &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - (p - \delta_p)) + k_{\tilde{m}}(m - \hat{m}), \end{aligned} \tag{6.33}$$

Estimatoren (6.33) kan ikke implementeres da korreksjonsleddet inneholder virkelig verdi av massestrøm, m. Problemet omgås ved å utrykke m fra (3.1):

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t(p_m)) \\ \dot{p}_m + \dot{\delta}_p &= \frac{a_{01}^2}{V_p}(m - m_t(p_m)) \\ &\Rightarrow \quad m = \frac{V_p}{a_{01}^2}(\dot{p}_m + \dot{\delta}_p) + m_t(p_m). \end{aligned} \tag{6.34}$$

Ved å sette (6.34) inn for m i (6.33) framkommer følgende estimatordynamikk:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{m}} &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - p_m) + k_{\tilde{m}}(\frac{V_p}{a_{01}^2}(\dot{p}_m + \dot{\delta}_p) + m_t(p_m) - \hat{m}) \\ &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - p_m) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}}m_t(p_m) \\ &\quad + k_{\tilde{m}}\frac{V_p}{a_{01}^2}\dot{p}_m - k_{\tilde{m}}\frac{V_p}{a_{01}^2}\dot{\delta}_p \\ \frac{d}{dt}(\hat{m} - k_{\tilde{m}}\frac{V_p}{a_{01}^2}p_m) &= \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - p_m) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}}m_t(p_m) + k_{\tilde{m}}\frac{V_p}{a_{01}^2}\dot{\delta}_p. \end{aligned} \tag{6.35}$$

Det er ikke ønskelig at $\dot{p}$ inngår i estimatordynamikken, problemet omgås ved å innføre variabelen z :

$$z = \hat{m} - k_z p_m, \tag{6.36}$$

Ved å benytte (6.35) og (6.36) blir z-dynamikken som følger:

$$\dot{z} = \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - p) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}} m_t(p_m) + k_z \dot{\delta}_p.$$

Estimatordynamikken blir som følger:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{m}} &= \dot{z} + k_z \dot{p}_m \\
&= \dot{z} + k_z(\dot{p} - \dot{\delta}_p) \\
&= \left(\frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - p_m) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}} m_t(p_m) + k_z \dot{\delta}_p\right) \\
&\quad + k_z \left(\frac{a_{01}^2}{V_p}\left(m - m_t(p_m)\right) - \dot{\delta}_p\right)
\end{aligned} \tag{6.37}$$

hvor k_z er gitt av (5.12), estimatordynamikken blir da:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{m}} &= \left(\frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - p_m) - k_{\tilde{m}}\hat{m} + k_{\tilde{m}} m_t(p_m) + k_z \dot{\delta}_p\right) \\
&\quad + \left(k_{\tilde{m}} m - k_{\tilde{m}} m_t(p_m) - k_z \dot{\delta}_p\right) \\
&= \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - p_m) + k_{\tilde{m}}(m - \hat{m}) \\
&= \frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - p_m) + k_{\tilde{m}}\tilde{m}
\end{aligned} \tag{6.38}$$

Feildynamikk

Estimatorens stabilitetsegenskaper finnes ved å vise at feildynamikken har et stabilt likevektspunkt i origo. Stabilt likevektspunkt i origo innebærer at estimert massestrøm konvergerer til et område rundt den virkelige. Feildynamikken uttrykkes som følger:

$$
\begin{aligned}
\dot{\tilde{m}} &= \dot{m} - \dot{\hat{m}} \\
&= \frac{A_1}{L_c}(p_{02} - p) - \left(\frac{A_1}{L_c}(p_{02_m} - p_m) + k_{\tilde{m}}k_t(\sqrt{p_m - p_{01}} - \sqrt{p - p_{01}})\right) \\
&\quad + k_{\tilde{m}}\tilde{m} \qquad (6.39) \\
&= \frac{A_1}{L_c}((p_{02} - p_{02_m}) - (p - p_m)) + k_{\tilde{m}}k_t(\sqrt{p_m - p_{01}} - \sqrt{p - p_{01}}) \\
&\quad - k_{\tilde{m}}\tilde{m} \qquad (6.40) \\
&= \delta_f - k_{\tilde{m}}\tilde{m}, \qquad (6.41)
\end{aligned}
$$

hvor δ_f er den samlede usikkerheten og er gitt som:

$$
\begin{aligned}
\delta_f &= \frac{A_1}{L_c}\left[(p_{02} - p_{02_m}) - (p - p_m)\right] + k_{\tilde{m}}k_t(\sqrt{p_m - p_{01}} - \sqrt{p - p_{01}}) \\
&= \frac{A_1}{L_c}(\delta_{p_{02}} - \delta_p) + k_{\tilde{m}}\delta_{m_t} \qquad (6.42)
\end{aligned}
$$

Øvre grense til δ_{m_t} er gitt ved (6.1).

For robusthetsanalysen benyttes den samme LFK som i Kapittel 6.3.1

$$
V(\tilde{m}) = \frac{1}{2}\tilde{m}^2 > 0 \quad \forall \tilde{m} \neq 0 \qquad (6.43)
$$

Den deriverte av LFK blir:

$$
\begin{aligned}
\dot{V}(\tilde{m}) &= \tilde{m}\dot{\tilde{m}} \\
&= \delta_f\tilde{m} - k_{\tilde{m}}\tilde{m}^2 < 0 \ \ \forall\ \tilde{m} \neq 0 \qquad (6.44)
\end{aligned}
$$

Feilleddet, $\delta_f\tilde{m}$, medfører at den deriverte av LFK ikke er negativ definitt, det kan dermed ikke påvises asymptotisk stabilitet. Teorem A.2 benyttes for å vise at estimeringsavviket er begrenset.

Klasse $\mathcal{K}$ funksjonene, $\alpha_1(||\tilde{m}||)$ og $\alpha_2(||\tilde{m}||)$, i (A.2) velges lik LFK:

$$V(\tilde{m}) = \alpha_1(||\tilde{m}||) = \alpha_2(||\tilde{m}||) = \frac{1}{2}||\tilde{m}|| \tag{6.45}$$

Den deriverte av LFK er gitt ved (6.44). Funksjonen $-W_3(||\tilde{m}||)$ velges som:

$$-W_3(||\tilde{m}||) = k_\delta||\tilde{m}|| - k_\delta||\tilde{m}||^2 \tag{6.46}$$

Ulikheten (A.3) tilfredsstilles ved:

$$\begin{aligned} \delta_f\tilde{m} - k_{\tilde{m}}\tilde{m}^2 &\leq k_\delta||\tilde{m}|| - k_\delta||\tilde{m}||^2, \quad k_\delta \geq ||\delta_f||_\infty \\ \Rightarrow \dot{V}(\tilde{m}) & \; -(k_{\tilde{m}}||\tilde{m}|| - k_\delta)||\tilde{m}||, \;\; \forall\; ||\tilde{m}|| \geq \frac{k_\delta}{k_{\tilde{m}}} = \mu \end{aligned} \tag{6.47}$$

Da $\mathcal{D} = \mathcal{R}$ og $\alpha_1(||\tilde{m}||)$ er en klasse $\mathcal{K}_\infty$ funksjon, Definisjon A.1, gjelder ulikhetene (A.5) og (A.6) for alle initialtilstander $\tilde{m}(t_0)$ uten begrensning hvor stor μ er. Teorem A.1 er oppfylt og det er dermed vist at estimeringsavviket er begrenset.

$$||\tilde{m}|| \leq \mu = \frac{k_\delta}{k_{\tilde{m}}} \tag{6.48}$$

Det er ønskelig at området estimeringsavviket skal konvergere til, $\mu = \frac{k_\delta}{k_{\tilde{m}}}$, er minst mulig. Ved å velge høy estimatorforsterkning, $k_{\tilde{m}}$, og/eller nøyaktig måling, det vil si liten k_δ, reduseres størrelsen til området estimeringsavviket konvergerer til.

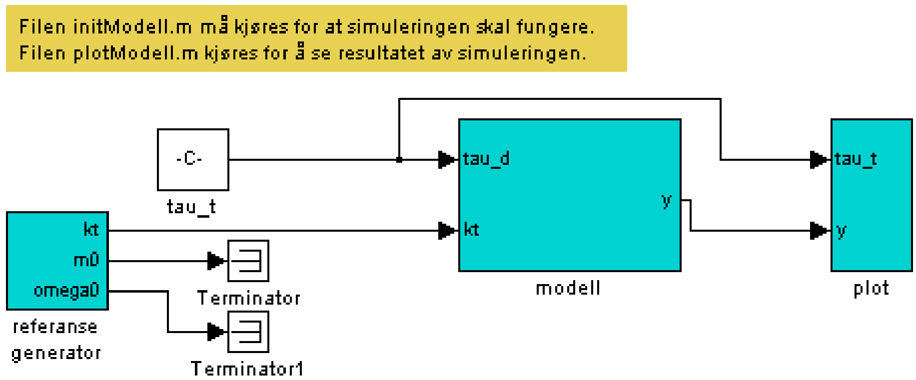
Kapittel 7

Simulering

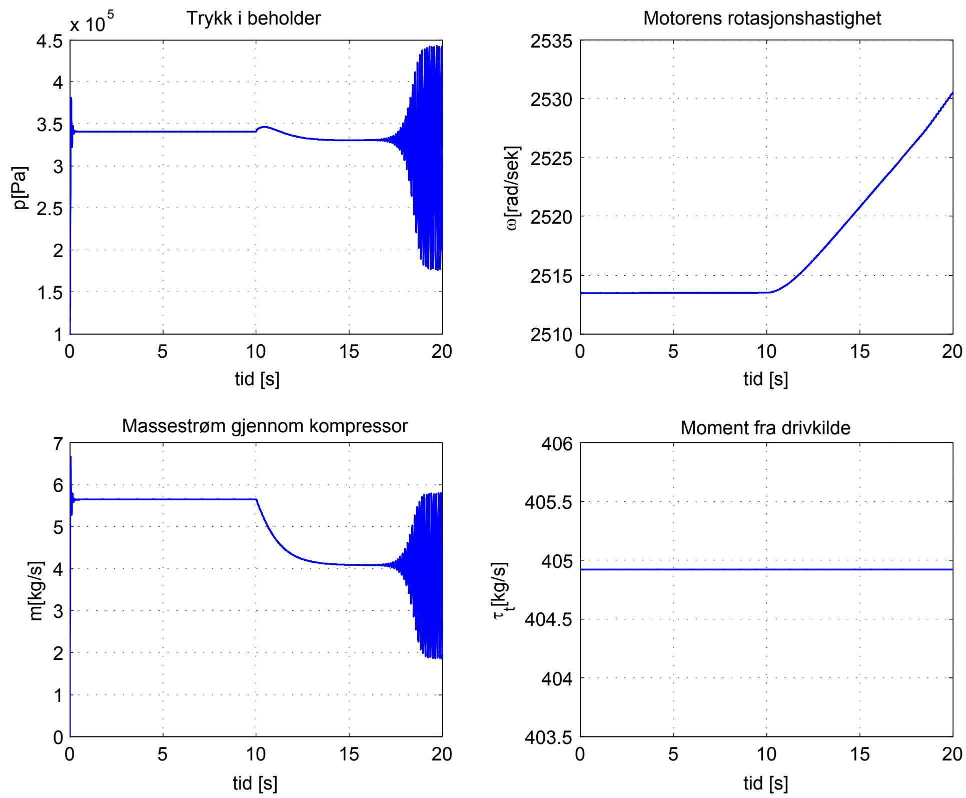
I dette kapittelet utføres det simuleringer på kompressorsystemet fra Kapittel 3 med regulatorene og estimatorene fra henholdsvis Kapittel 4 og Kapittel 6. Simuleringene utføres på samme måte og med en modifisert utgave av `Simulink`-modellen som ble benyttet i [14]. For simuleringen benyttes en 3. ordens tilnærming av kompressorkarakteristikken, [4].Parametrene er satt til, [14]:

$$
\begin{array}{lcll}
a_{01} & = & 347 & [\frac{m}{s}] \\
V_p & = & 0.03125 & [m^3] \\
A_1 & = & 0.0414 & [m^2] \\
L_c & = & 50 & [m] \\
J & = & 60 & [kgm^2] \\
p_{01} & = & 10^5 & [Pa] \\
\sigma & = & 0.9 & \\
r_2 & = & 0.178 & [m]
\end{array}
$$

Modellen simuleres uten surgeregulering, for å vise at den kan simulere surge, Figur 7.1. Først opererer kompressorsystemet i det stabile området, etter $t = 10\ s$ drives likevektspunktet til venstre for surgelinjen, ved å endre åpningen på reguleringsventilen. Figur 7.2 viser at systemet faller til ro i det stabile likevektspunktet, etter endringen av ventilåpningen ved $t = 10\ s$, oppstår det svingninger i plenumstrykk og massestrøm gjennom kompressoren.

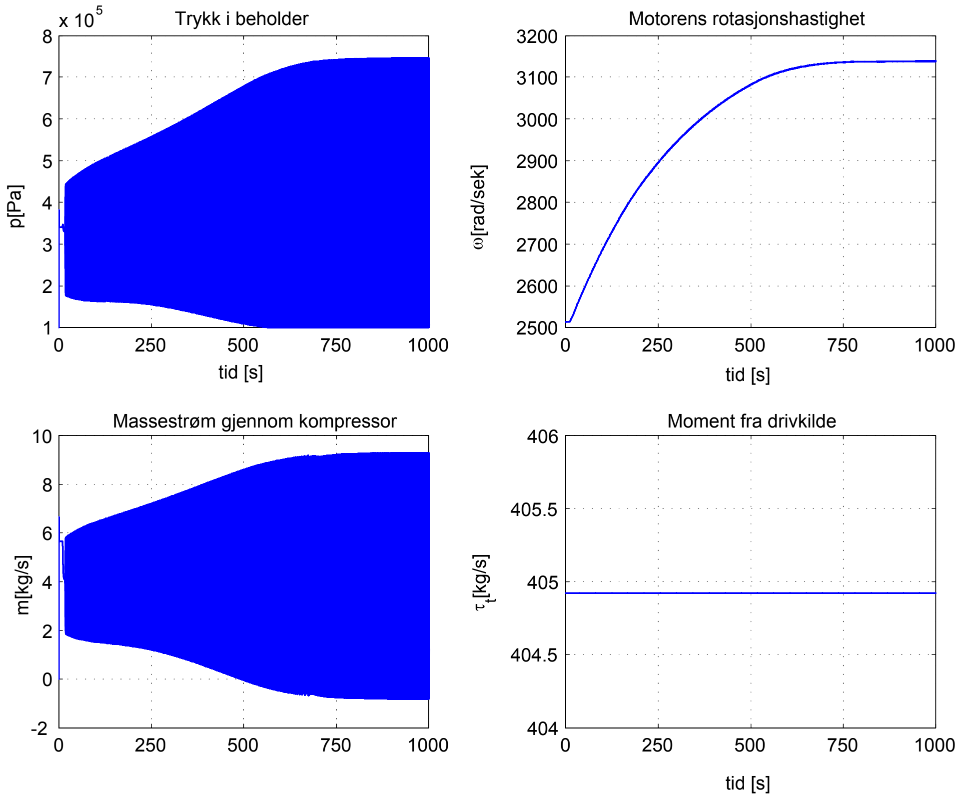


Figur 7.1: `Simulink`-diagram for simulering av surge



Figur 7.2: Kompressorsystemets tilstander ved surge, simuleringstid 20 s

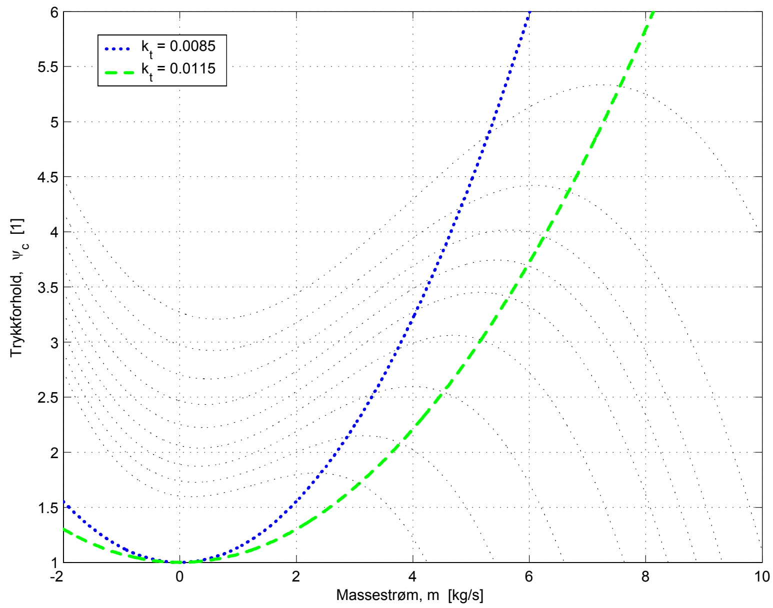
Dersom det simuleres over en lengre periode vil det vises at rotasjonshastigheten konvergerer mot en gitt verdi og at de stående svingningene i p og m øker med økende ω, se Figur 7.3.



Figur 7.3: Kompressorsystemets tilstander ved surge, simuleringstid 1000 s

7.1 Beskrivelse av simuleringene

Samtlige simuleringer utføres ved at kompressorsystemet først opererer i et stabilt likevektspunkt, til høyre for surgelinjen. Etter halve simuleringstiden endres strupeventilens åpning slik at likevektspunktet forskyves til venstre for surgelinjen, det vil si til et ustabilt likevektspunkt, se Figur 7.4. Endringen i ventilåpningen skjer ved et sprang i k_t, fra $k_t = 0.0085$ (stabilt likevektspunkt) til $k_t = 0.0115$ (ustabilt likevektspunkt). For å gjenskape en virkelig forandring av ventilens åpning, filtreres endringen gjennom et første ordens filter med tidskonstant $T = 1$. Likevektspunktene til massestrømmen for de to ventilåpningene er henholdsvis $m_{01} \approx 5.56\ kg/s$ og $m_{01} \approx 4.03\ kg/s$. Ønsket rotasjonshastighet er satt til $N = 400\ omdr/s$, som tilsvarer vinkelhastigheten $\omega = 2513.3\ rad/s$.

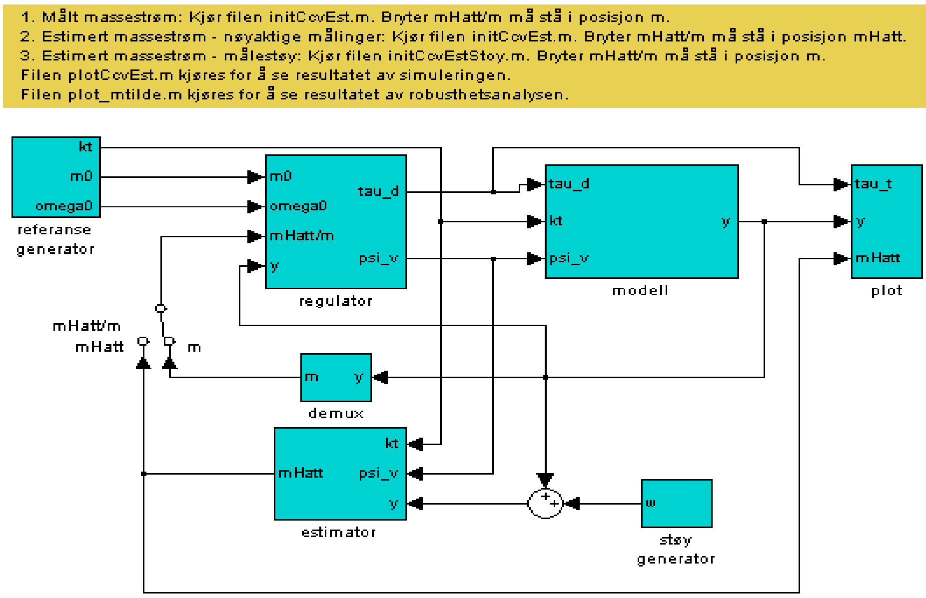


Figur 7.4: Stabile og utstabile likevektspunkter

Først simuleres de to reguleringsstrategiene med målte verdier av massestrømmen. Deretter med estimerte verdier basert på nøyaktige målinger og til slutt testes estimatorens robusthet ved å benytte målinger eksitert med støy.

7.2 Simulering av regulering med tett koblet ventil

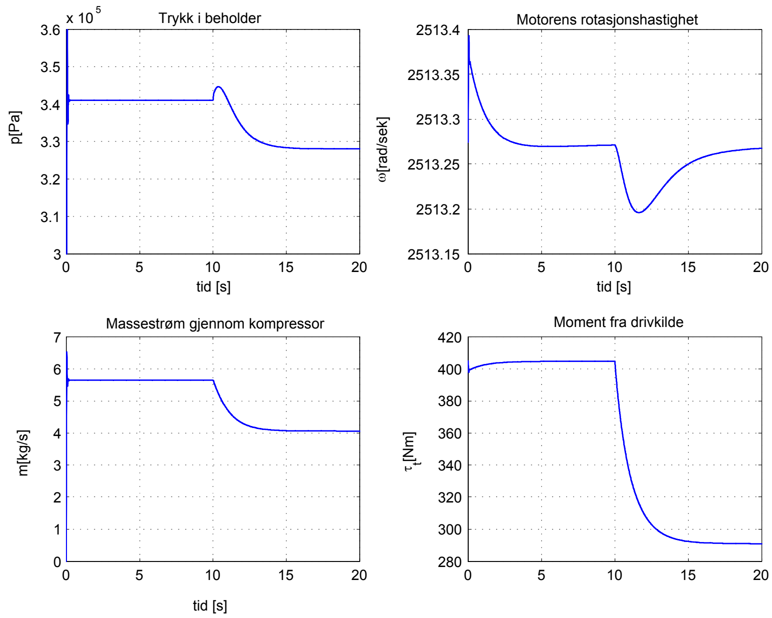
Simuleringen av regulering med tett koblet ventil utføres som beskrevet i Kapittel 7.1. Simuleringstiden er 20 sekunder og k_t endres etter $t = 10\ s$. Det benyttes en Euler integrator, Matlab funksjon `ode1`, med fast tastetid, $T = 0.005\ s$. Regulator- parametrene er satt til følgende $k_v = 0.2$, $k_p = 60$ og $k_i = 7$. Estimatorforsterkningen er satt til $k_{\tilde{m}} = 33.12$. Figur 7.5 viser `Simulink`-diagrammet som ble benyttet for simuleringen.



Figur 7.5: `Simulink`-diagram for regulering med tett koblet ventil

7.2.1 Målt massestrøm

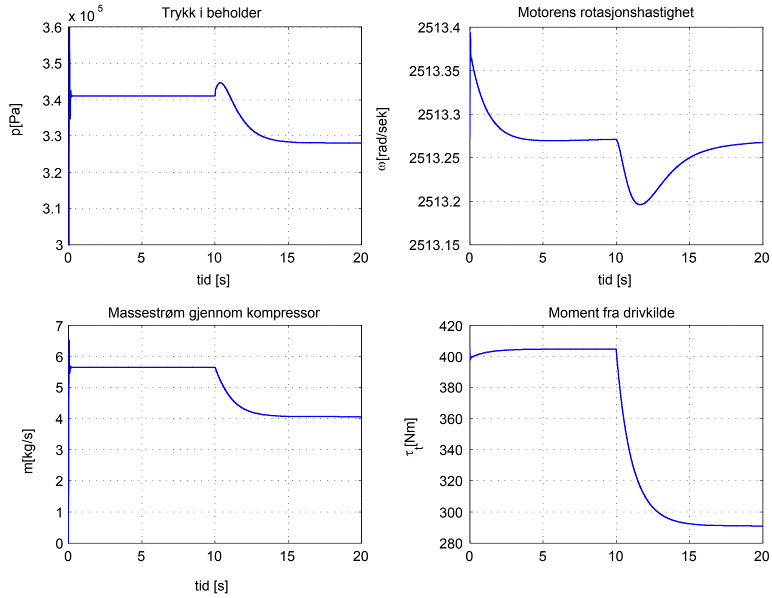
Figur 7.6 viser plott av tilstandsforløpet og drivmomentet for simulering med målt massestrøm. Som plottene viser forblir systemet stabilt selv om likevektspunktene forskyves til det ustabile området av kompressorkarakteristikken. Det kan sees fra Figur 7.6 at tilstandene svinger seg fint inn mot ny verdi etter endringen av ventilåpningen, dette tyder på et fornuftig pådragsforløp.



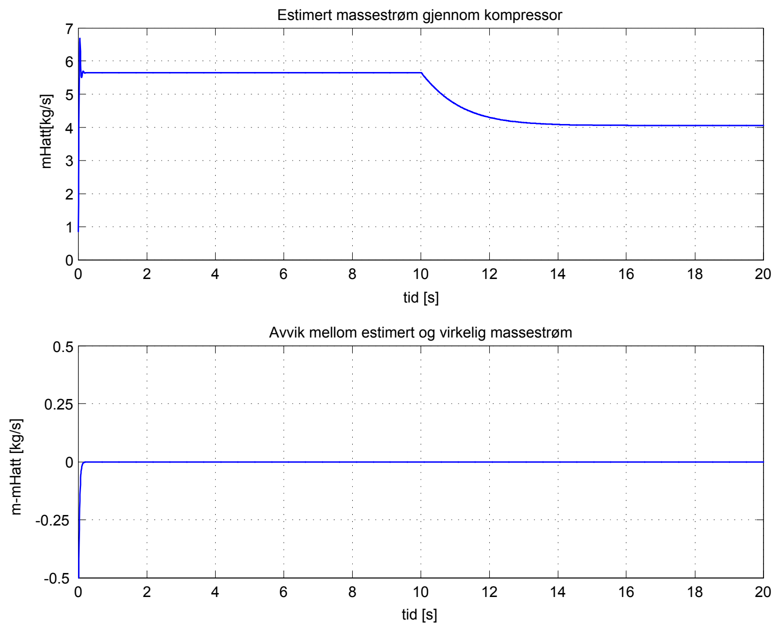
Figur 7.6: Tilstandsforløp ved simulering med målt massestrøm

7.2.2 Estimert massestrøm

Figur 7.7 viser at tilstandsforløpet er identisk med i Figur 7.6, dette er som forventet da estimatoren er en nøyaktig kopi av kompressorsystemet og simuleringen er utført under ideelle forhold. Figur 7.8 viser plott av estimert massestrøm og estimeringsavvik. Plottet av estimeringsavviket viser at den estimerte massestrømmen følger den målte.



Figur 7.7: Tilstandsforløp ved simulering med estimert massestrøm

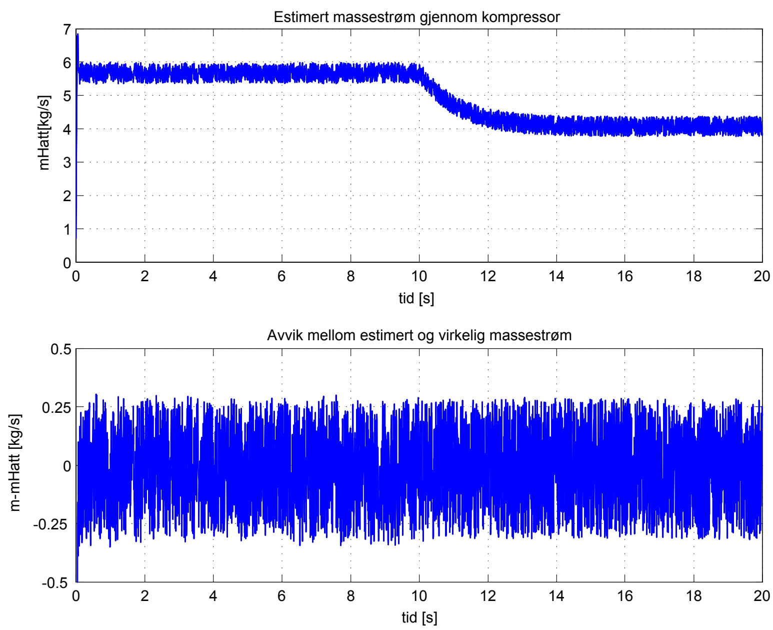


Figur 7.8: Estimert massestrøm og estimeringsavvik

7.2.3 Estimatorens robusthet

I praksis må man regne med at målingene av kompressorsystemets tilstander er beheftet med støy og usikkerhet. Estimatorens robusthet testes ved at målingene av kompressorens utløpstrykk og plenumstrykket avviker fra ideell verdi. Prosess- og målestøy, δ_S, simuleres ved å eksitere måling av utløps- og plenumstrykk med hvitstøy, middelverdi lik null og amplitude $\pm 10\%$ av målt verdi ($\pm 0.35 \cdot 10^5\ Pa$). Usikkerhet i måleinstrument, δ_M, simuleres ved å nullpunktsforskyve målingene med $+0.5\%$ av et tenkt kalibrert område på $0 - 4 \cdot 10^5\ Pa$, det vil si at $2000\ Pa$ legges til målingene.

Da det er estimatorens robusthet som skal testes benyttes tilstandene uten støy i tilbakekoblingen til regulatoren. Dette gjøres ved å sette bryteren i `Simulink`-diagrammet i posisjon m, se Figur 7.5. Det øverste plottet i Figur 7.9 viser at den estimerte massestrømmen følger ideell verdi. Det nederste plottet viser estimeringsavviket, det kan sees at avviket er omtrent $\pm 0.25\ kg/s$ som tilsvarer $\pm 4.4\%$ av nominell verdi.



Figur 7.9: Estimert massestrøm og estimeringsavvik, støybefengte målinger

I robusthetsanalysen i Kapittel 6.2.2 ble det utledet grenser som estimeringsavviket skal konvergere til, grensen er gitt ved:

$$\mu = \frac{k_\delta}{k_{\tilde{m}}}, \tag{7.1}$$

hvor

$$k_\delta \geq ||\delta_f||_\infty = ||\frac{A_1}{L_c}(\delta_{p_{02}} - \delta_p) + k_{\tilde{m}} k_t \sqrt{\delta_p}||_\infty.$$

Tallverdi til radiusen μ,finnes ved å benytte parameterverdiene og verdiene for støy og måleusikkerhet:

$$\mu = \frac{1}{k_{\tilde{m}}}||\frac{A_1}{L_c}(\delta_{p_{02}} - \delta_p) + k_{\tilde{m}} k_t \sqrt{\delta_p}||_\infty, \tag{7.2}$$

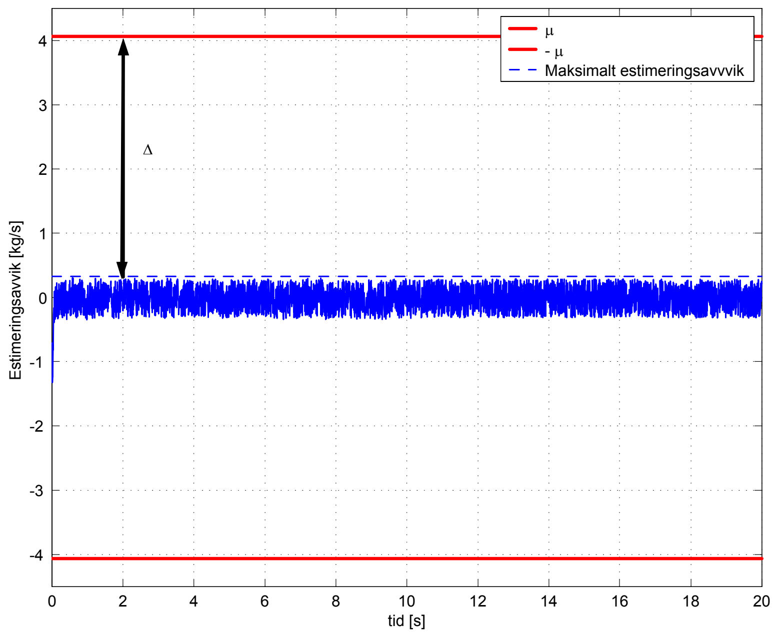
hvor

$$\begin{aligned} ||\delta_p||_\infty &= ||\delta_{p_{02}}||_\infty = ||\delta_{Sp} + \delta_{Mp}||_\infty && (7.3)\\ &= (0.35 + 0.02) \cdot 10^5 \ Pa && (7.4)\\ &= 0.37 \cdot 10^5 \ Pa. && (7.5) \end{aligned}$$

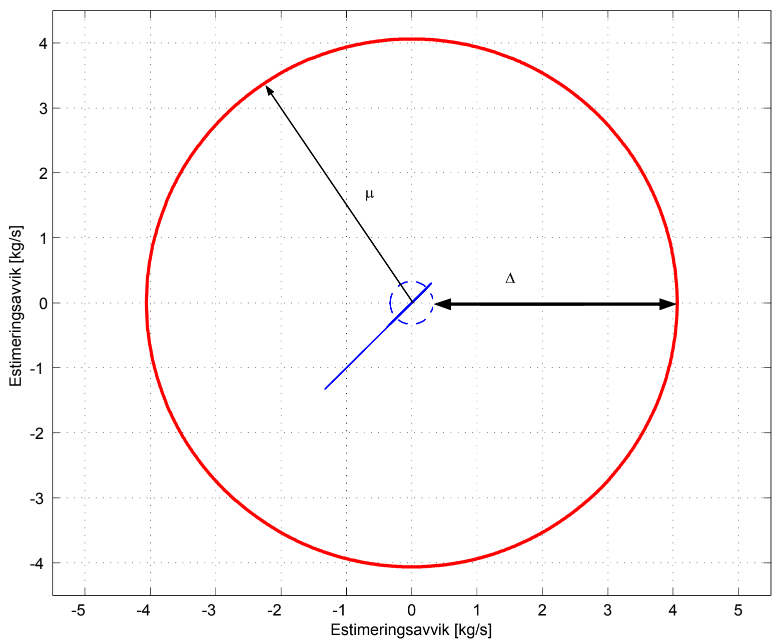
Som gir følgende verdi av μ :

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{1}{33.12}\left(\frac{0.0414}{50} \cdot 2 \cdot 0.37 \cdot 10^5 + 33.12 \cdot 0.0115\sqrt{0.37 \cdot 10^5}\right) \\ &= 4.0621 && (7.6) \end{aligned}$$

Figur 7.10 og Figur 7.11 viser at estimeringsavviket holder seg innenfor de gitte grensene med god margin, $\Delta \approx 0.92\mu$. Marginen Δ defineres som differansen mellom tillatt og maksimalt stasjonært estimeringsavvik, $\Delta = \mu - ||\tilde{m}||_\infty$. Lyapunovanalysen er konservativ, radiusen μ kan reduseres ved valg av en annen LFK eller ved å øke estimatorforsterkningen, $k_{\tilde{m}}$.



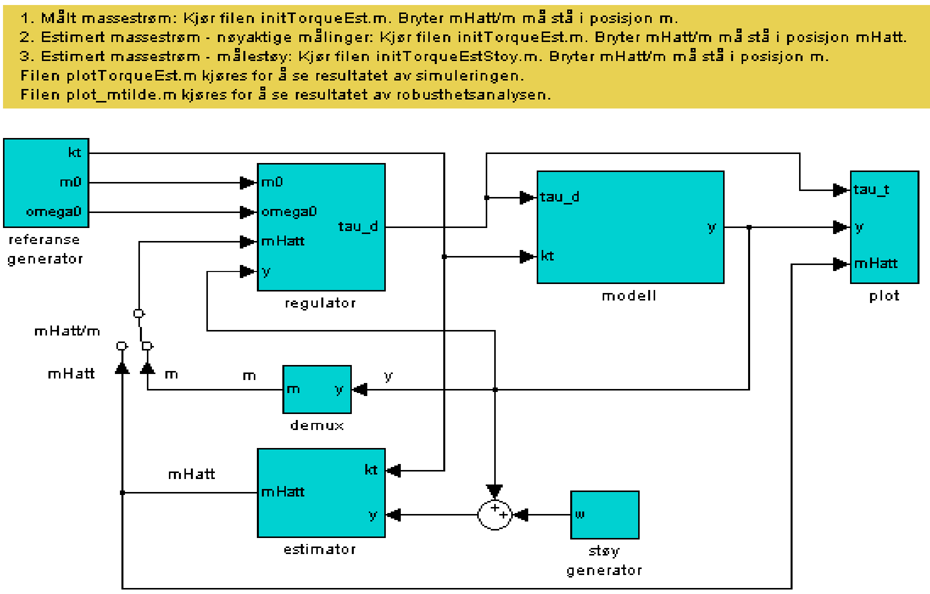
Figur 7.10: Estimeringsavvik, tillatt avvik $\pm\mu$ fra null



Figur 7.11: Estimeringsavvik, tillatt avvik radius μ

7.3 Simulering av regulering med drivmoment

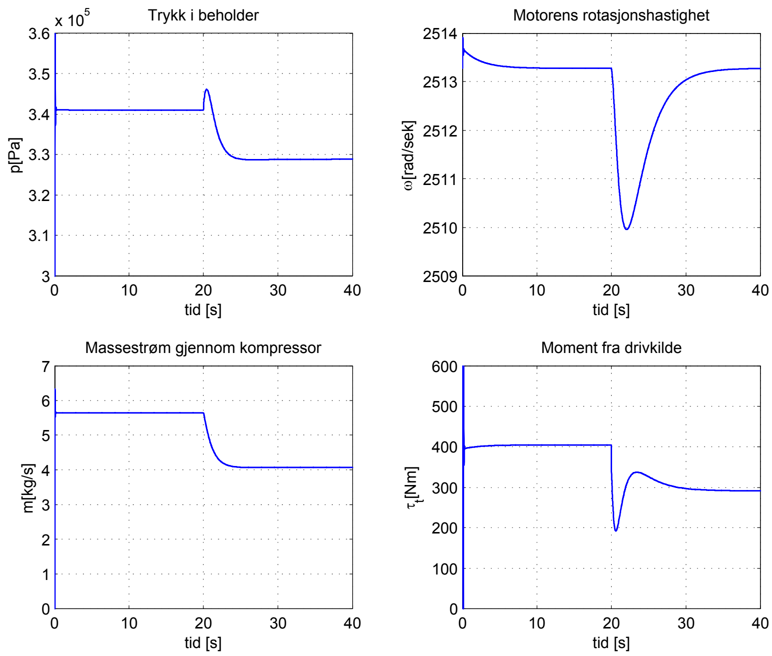
Simuleringen av regulering med tett koblet ventil utføres på samme måte som for regulering med tett koblet ventil. Simuleringstiden er 40 sekunder og ventilåpningen endres etter $t = 20\ s$, simuleringstiden er økt på grunn av lengre innsvingningstid enn for regulering med tett koblet ventil. Det benyttes en Dormand-Prince integrator, Matlab funksjon `ode5`, med fast tastetid $T = 0.005\ s$. Regulatorparametrene er satt til følgende $k_v = 0.2$, $k_p = 60$ og $k_i = 7$. Estimatorforsterkningen er satt til $k_{\tilde{m}} = 33.12$. Figur 7.12 viser `Simulink`-diagrammet som ble benyttet for simuleringen.



Figur 7.12: `Simulink`-diagram for regulering med drivmoment

7.3.1 Målt massestrøm

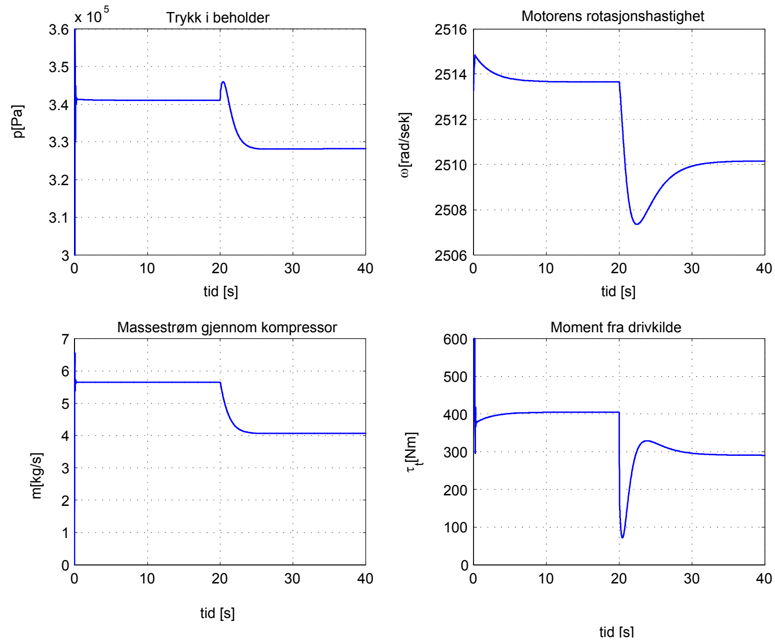
Figur 7.13 viser plott av tilstandsforløpet og drivmomentet for simulering med målt massestrøm. Som plottene viser forblir systemet stabilt selv om likevektspunktet forskyves til det ustabile området av kompressorkarakteristikken. Det kan sees fra Figur 7.13 at tilstandene svinger seg fint inn mot ny verdi etter endringen av ventilåpningen, dette tyder på et fornuftig pådragsforløp.



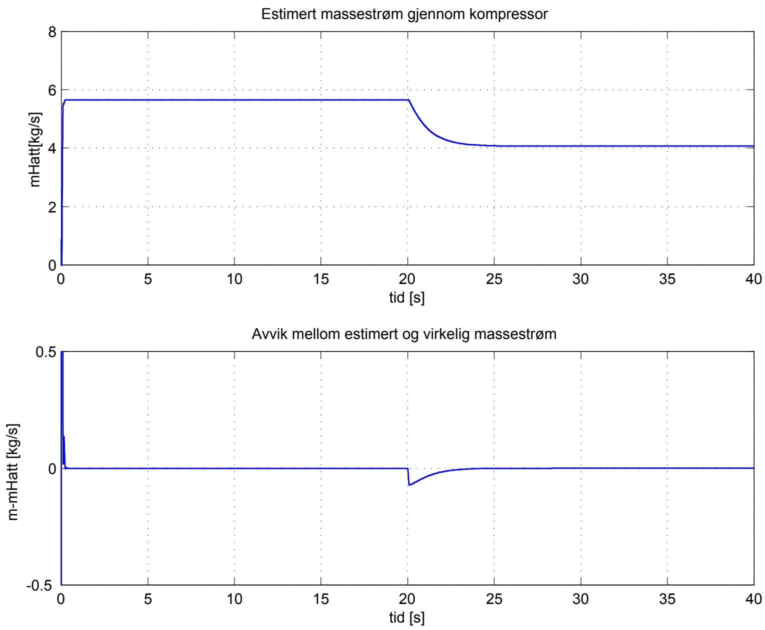
Figur 7.13: Tilstandsforløp ved simulering med målt massestrøm

7.3.2 Estimert massestrøm

Figur 7.14 viser at rotasjonshastigheten og drivmomentet har en lengre innsvingningstid når den estimerte massestrømmen benyttes i tilbakekoblingen. Som det øverste plottet i Figur 7.15 viser følger den estimerte massestrømmen den ideelle. Fra det nederste plottet kan det sees at det oppstår et estimeringsavvik ved $t = 20\ s$. Dette skyldes at den estimerte massestrømmen er forsinket med ett tidsskritt i forhold til virkelig verdi. Noe som trolig er forårsaket av en implementasjonsfeil, estimeringsavviket svinger seg imidlertid fint inn mot null igjen.



Figur 7.14: Tilstandsforløp ved simulering med estimert massestrøm

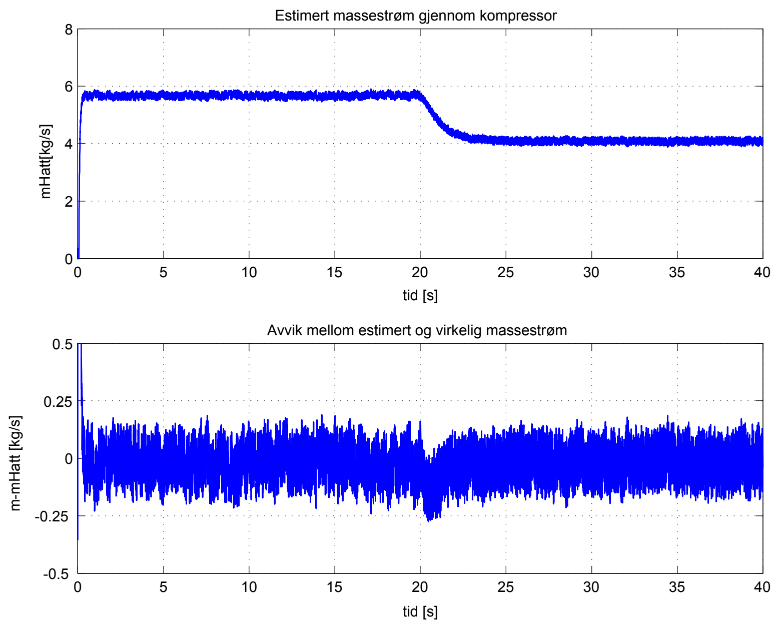


Figur 7.15: Estimert massestrøm og estimeringsavvik

7.3.3 Estimatorens robusthet

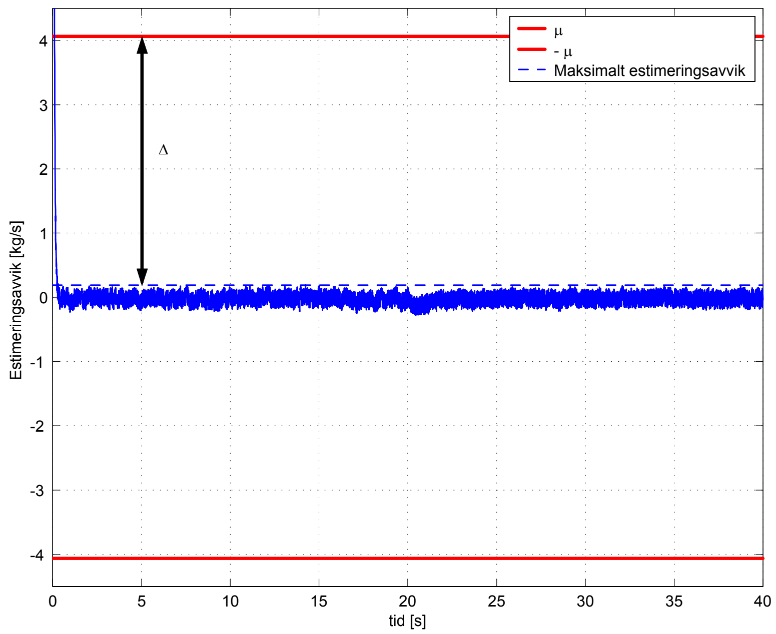
Massestrømsestimatoren for regulering med drivmoment testes nå opp mot robusthetsanalysen fra Kapittel 6.3.2. Målingene av utløps- og plenumstrykk eksiteres med støy og måleusikkerhet som beskrevet i Kapittel 7.2.3.

Da det er estimatorens robusthet som skal testes benyttes tilstandene uten støy i tilbakekoblingen til regulatoren. Dette gjøres ved å sette bryteren i `Simulink`-diagrammet i posisjon m, se Figur 7.12. Det øverste i Figur 7.16 viser at den estimerte massestrømmen følger ideell verdi. Det nederste plottet viser estimeringsavviket, det kan sees at avviket er omtrent ± 0.15 kg/s som tilsvarer $\pm 2.6\%$ av nominell verdi. Støyen blir ytterligere dempet når estimatoren for regulering med drivmoment benyttes.

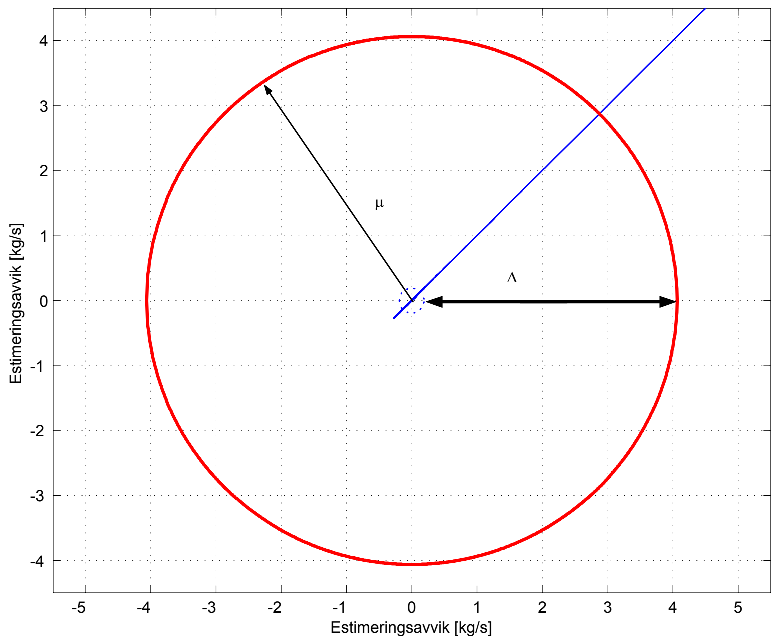


Figur 7.16: Estimert massestrøm, støybefengte målinger

Estimatoren for regulering med drivmoment vil på samme måte som i Kapittel 7.2.3 bli testet opp mot robusthetsanalysen i Kapittel 6.3.2. Radiusen som estimeringsavviket skal konvergere til er gitt i (7.6). Figur 7.17 og Figur 7.18 viser at estimeringsavviket holder seg innenfor de gitte grensene med god margin, $\Delta \approx 0.95\mu$, noe som tyder på at Lyapunovanalysen er konservativ. Radiusen, μ, kan reduseres ved valg av en annen LFK.



Figur 7.17: Estimeringsavvik, tillatt avvik $\pm\mu$ fra null

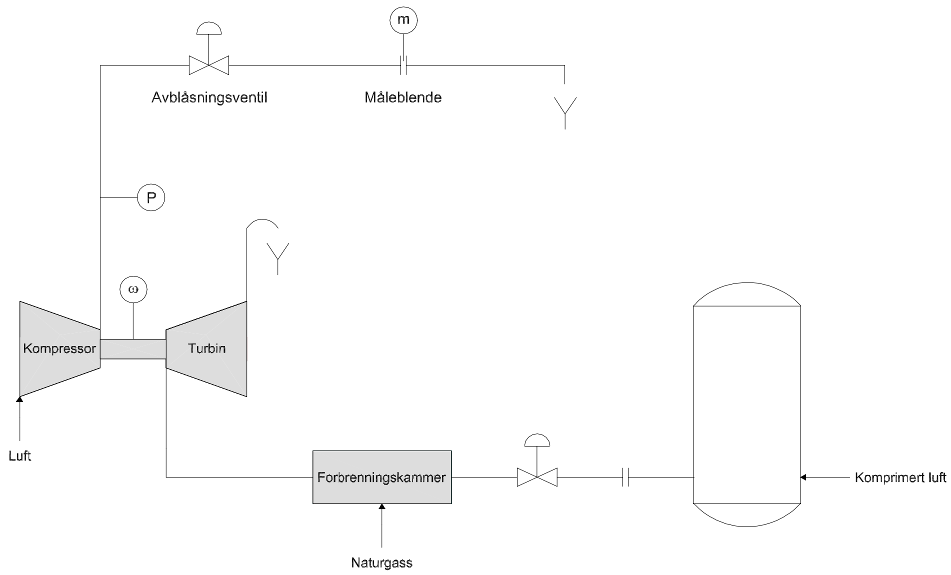


Figur 7.18: Estimeringsavvik, tillatt avvik radius μ

Kapittel 8

Eksperimentelle resultater

I dette kapittelet testes estimatorene fra Kapittel 5 og Kapittel 6 med resultater fra et laboratorieforsøk utført ved Eindhoven University of Technology. Figur 8.1 viser et teknisk flytskjema av testriggen som ble benyttet, forsøkene er beskrevet i [8].



Figur 8.1: Laboratorieoppsett

Målingene som er markert på figuren benyttes til estimering av massestrømmen i kompressorsystemet.

8.1 Beskrivelse av forsøkene

Resultatene som benyttes i dette kapittelet er hentet fra to forsøk, beskrevet i [8]. I det første forsøket opererer kompressoren i det stabile området, mens den opererer i det ustabile området i det andre. Kompressoren kjøres uten regulering av surge i begge forsøkene, hvilket medfører at kompressorsystemet går i surge i det siste. Først simuleres forsøkene med en `Simulink`-modell, deretter testes estimatorene med resultater fra laboratorieforsøket. For estimering av massestrøm benyttes estimatorene for regulering med drivmoment fra Kapittel 5 og Kapittel 6, heretter benevnes disse som henholdsvis estimator (5.14) og estimator (6.24). Estimatorene for regulering med drivmoment benyttes da pådraget til surgereguleringen ikke inngår i estimatordynamikken.

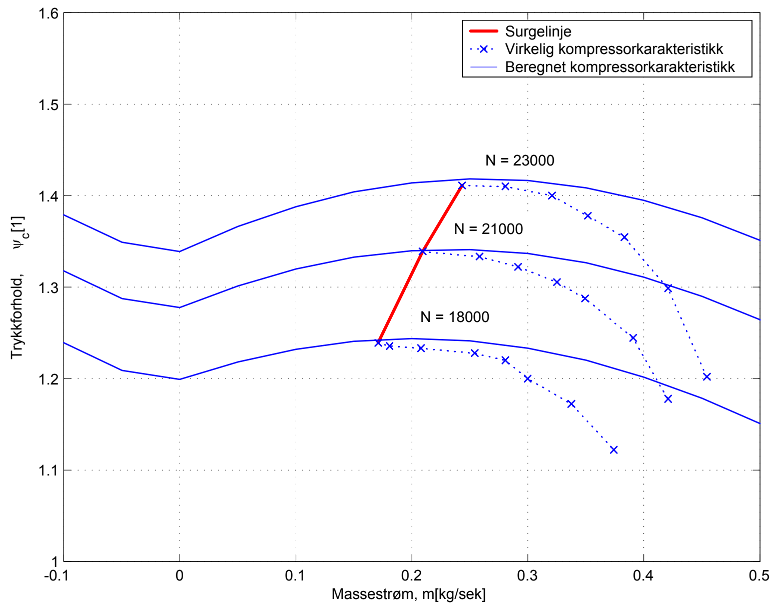
Kompressorkarakteristikken som benyttes i `Simulink`-modellen og i estimatoren fra Kapittel 5 beregnes med følgende funksjon:

$$\psi_c(m,\omega) = \left(1 + \frac{\Delta h_{0s}}{c_p T_{01}}\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa - 1}}, \tag{8.1}$$

hvor

Δh_{0s}	-	økning i stagnasjons entalpi
c_p	-	varmekapasitet ved konstant trykk
T_{01}	-	temperatur ved kompressorens innløp
$\varkappa$	-	forhold mellom varmekapasitet ved konstant trykk og varmekapasitet ved konstant volum

Figur 8.2 viser beregnet og virkelig kompressorkarakteristikk. Fra figuren kan det sees at avviket mellom beregnet og trykkforhold øker med økende massestrøm. En av parametrene som inngår i funksjonen for beregning av kompressorkarakteristikken er impellerhastigheten, denne finnes ved å multiplisere rotasjonshastigheten med akslingens radius. I MatLab-funksjonen som beregner kompressorkarakteristikken multipliseres akslingens radius med en faktor på 0.99 for at den beregnede kompressorkarakteristikken skal stemme bedre overens med den virkelige.



Figur 8.2: Kompressorkart

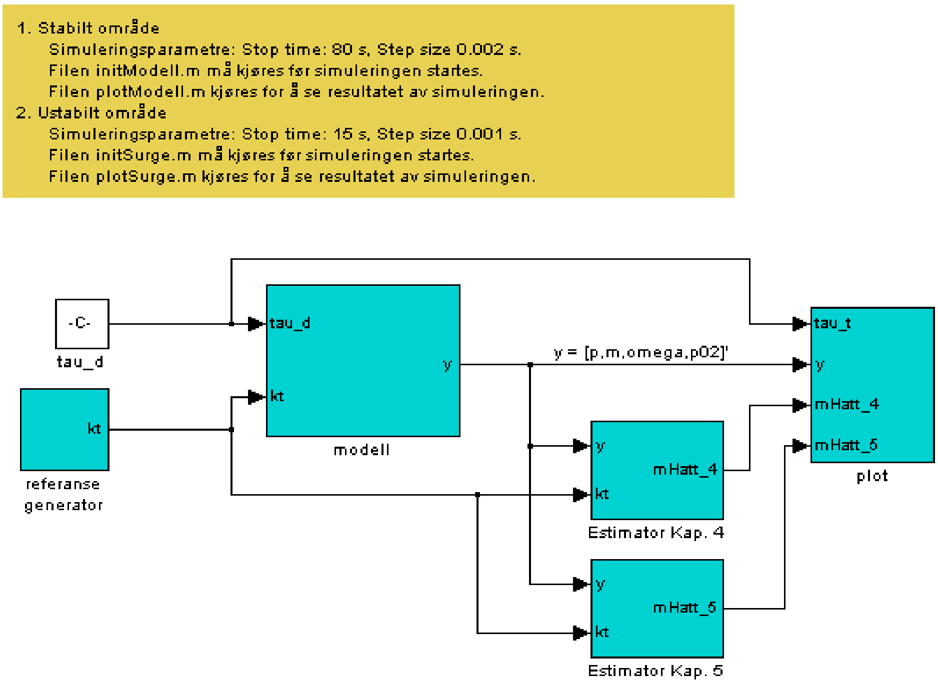
Som Figur 8.1 viser måles ikke trykket ved kompressorens utløp, dette inngår i estimatordynamikken til estimator (6.24). Dette problemet omgås ved å anta at kompressorens utløpstrykk, p_{02}, er likt plenumstrykket, p. I dette kompressorsystemet har denne tilnærmingen liten betydning da plenumsvolumet er røret mellom kompressorens utløp og avblåsningsventilen, det vil dermed være små avvik mellom utløps- og plenumstrykk. I robusthetsanalysen medfører tilnærmingen at leddet som beskriver usikkerheten i måling av utløpstrykket, $\delta_{p_{02}}$, øker.

$$
\begin{aligned}
\delta'_{p_{02}} &> \delta_{p_{02}} \\
&\Rightarrow ||p_{02} - p_m||_\infty > ||p_{02} - p_{02_m}||_\infty,
\end{aligned}
$$

hvor $\delta'_{p_{02}}$ er avviket mellom virkelig verdi av utløpstrykk, p_{02}, og målt plenumstrykk, p_m. Det tas imidlertid ikke hensyn til dette avviket i robusthetsanalysen.

Figur 8.3 og Figur 8.4 viser `Simulink`-diagrammene for henholdsvis simulering og målte verdier fra laboratorieforsøk.

Simulering

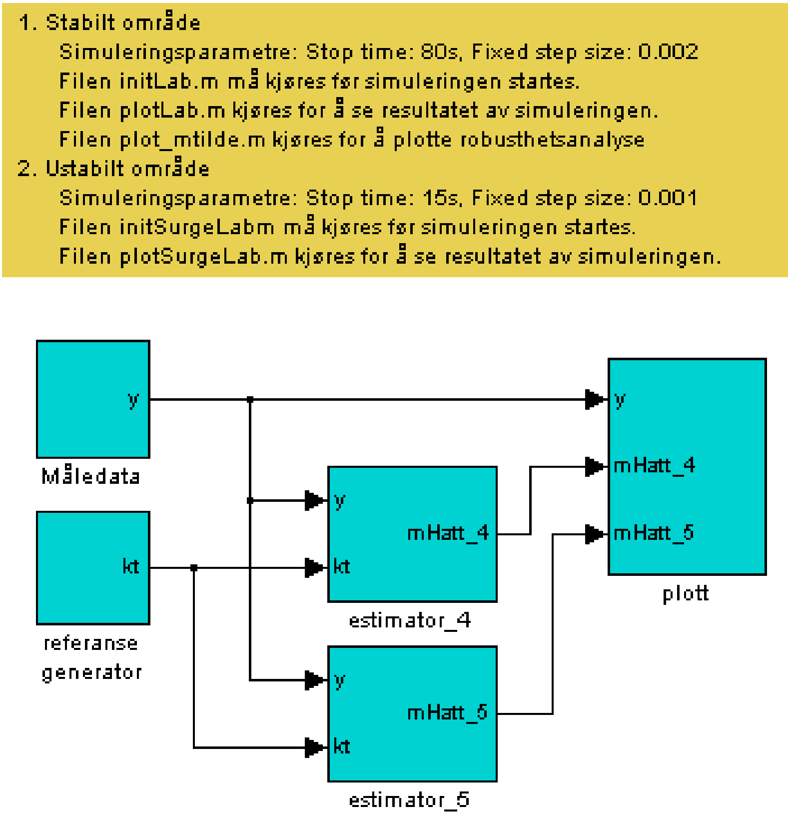


Figur 8.3: `Simulink`-diagram for modell

Parametrene er satt til, [9]:

$$
\begin{array}{lcll}
a_{01} & = & 347 & [\frac{m}{s}] \\
V_p & = & 0.0203 & [m^3] \\
A_1 & = & 0.00956 & [m^2] \\
L_c & = & 2.45 & [m] \\
J & = & 0.01 & [kgm^2] \\
p_{01} & = & 10^5 & [Pa] \\
\sigma & = & 0.9 & \\
r_2 & = & 0.09 & [m]
\end{array}
$$

Eksperimentelle resultater

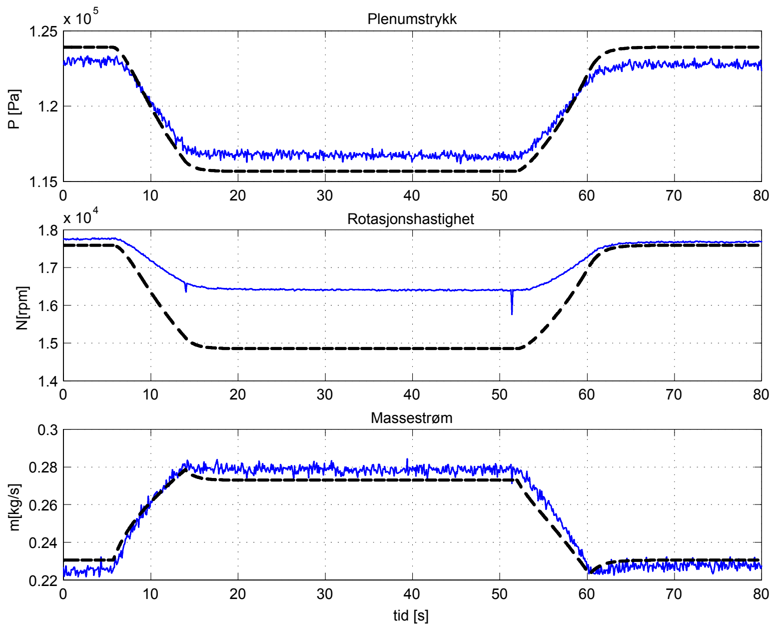


Figur 8.4: `Simulink`-diagram for resultater fra laboratorieforsøk

8.2 Eksperiment i det stabile området

Kompressoren opererer først i et likevektspunkt nær surgelinjen, $[p_{0_1},\ m_{0_1},\ \omega_{0_1}]^T \approx [1.24 \cdot 10^5,\ 0.23,\ 1842]^T$. Etter $t = 5,7\ s$ endres avblåsningsventilens åpning slik at likevektspunktene forskyves lengre til høyre i det stabile området. Pådragsendringen tilsvarer at k_t endres fra $k_t = 0.0015$ til $k_t = 0.0022$ med stigningstall som tilsvarer den virkelige endringen i ventilåpning. Likevektspunktene etter pådragsendringen er $[p_{0_2},\ m_{0_2},\ \omega_{0_2}]^T \approx [1.33 \cdot 10^5,\ 0.28,\ 1717]^T$. Etter $t = 52\ s$ endres k_t tilbake til $k_t = 0.0015$.

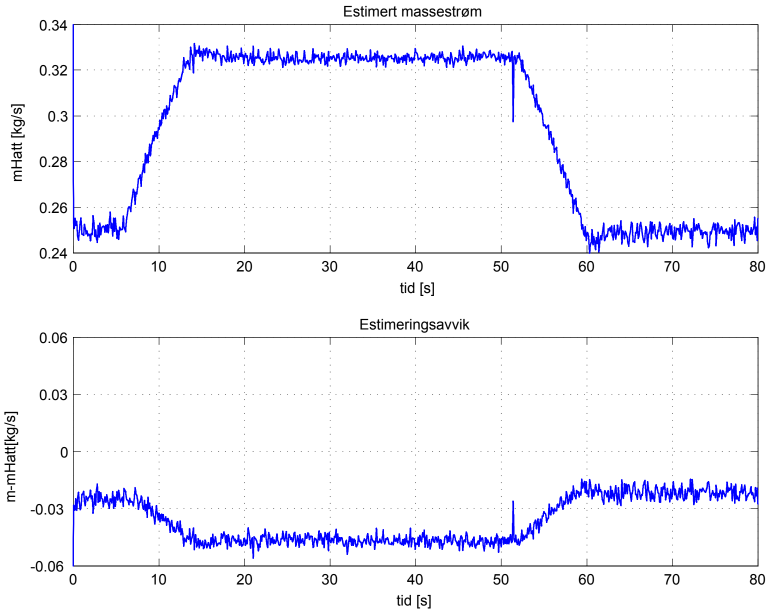
Figur 8.5 viser virkelig og simulert tilstandsforløp, henholdsvis heltrukket og stiplet linje. Som figuren viser øker avviket mellom virkelige og simulerte tilstander når massestrømmen gjennom kompressoren øker. Hovedgrunnen til dette er at avviket mellom virkelig og beregnet kompressorkarakteristikk øker med økende massestrøm, se Figur 8.2.



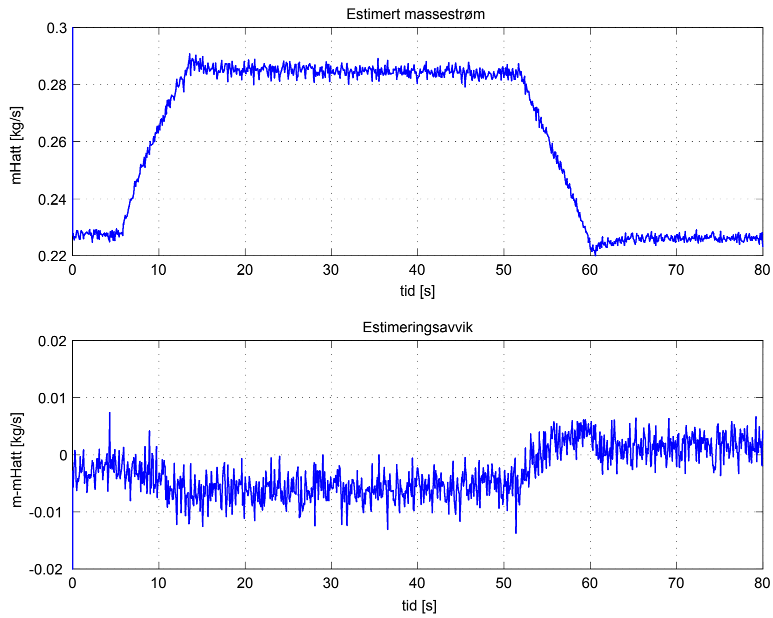
Figur 8.5: Simulert og virkelig tilstandsforløp.

Figur 8.6 og Figur 8.7 viser estimert massestrøm og estimeringsavvik for henholdsvis estimator (5.14) og estimator (6.24). Figur 8.6.viser et større estimeringsavvik for estimator (5.14) og at avviket øker med økende massestrøm. Dette skyldes at avviket mellom virkelig og beregnet kompressorkarakteristikk. Avviket forsterkers ved at kompressorkarakteristikken multipliseres med kompressorens innløpstrykk i estimatordynamikken, $p_{01} = 10^5\ Pa$.

Estimeringsavviket kan reduseres med en mer nøyaktig funksjon for beregning av kompressorkarakteristikken.



Figur 8.6: Estimert massestrøm og estimeringsavvik for estimator (5.14)



Figur 8.7: Estimert massestrøm og estimeringsavvik for estimator (6.24)

8.2.1 Estimatorenes robusthet

Estimatorenes robusthet ovenfor støy og måleusikkerhet vil nå undersøkes. I robusthetsanalysen i Kapittel 6.3.2 ble det vist at estimeringsavviket skal konvergere eksponentielt til en ball med radius μ for estimator (6.24). Denne radiusen benyttes også for estimator (5.14). Tillatt avvik som beregnes for estimator (6.24) anses som et strengere krav enn tillatt avvik for estimator (5.14), da det antas at det er forbundet større usikkerhet til den beregnede kompressorkarakteristikken enn til målingen av kompressorens utløpstrykk.

Radiusen, μ, beregnes ut fra følgende:

$$\mu = \frac{k_\delta}{k_{\tilde{m}}} \tag{8.2}$$

$$= \frac{1}{k_{\tilde{m}}} || \frac{A_1}{L_c}(\delta_{p02} - \delta_p) + \delta_{m_t} ||_\infty, \tag{8.3}$$

hvor

k_δ	-	Samlet usikkerhet
$k_{\tilde{m}}$	-	Estimatorforsterkning
δ_{p02}	-	Avvik mellom ideell og målt verdi av utløpstrykk
δ_p	-	Avvik mellom ideell og målt verdi av plenumstrykk
δ_{m_t}	-	Avvik mellom ideell og beregnet verdi av massestrøm gjennom strupe ventil

Maksimalt avvik fra virkelig verdi beregnes som beskrevet i Kapittel 6.1.2. Transmitterens nøyaktighet og kalibrert område er oppgitt i [10].

Prosess- og målestøy, δs **:**

$$\delta s_p = \delta s_{p02} = 1020 \ Pa$$

Målusikkerheten, δ_M**:**

Kalibrert område :	$[1 - 3.5] \cdot 10^5 \ Pa$
Nøyaktighet :	$\pm 0.5\%$ av kalibrert område

$$\begin{aligned} \delta_{M_p} &= \delta_{M_{p02}} \\ &= \frac{2.5 \cdot 10^5 \cdot 0.5}{100} Pa \\ &= 1250 \ Pa \end{aligned}$$

Maksimalt avvik mellom virkelig og beregnet massestrøm gjennom strupeventil, δm_t :

$$\begin{aligned}\delta m_t &= k_t\sqrt{\delta_p}\\ &= k_t\sqrt{\delta s_p + \delta_{M_p}}\\ &= 0.0022 \cdot \sqrt{1020 + 1250}\\ &= 0.1048\end{aligned}$$

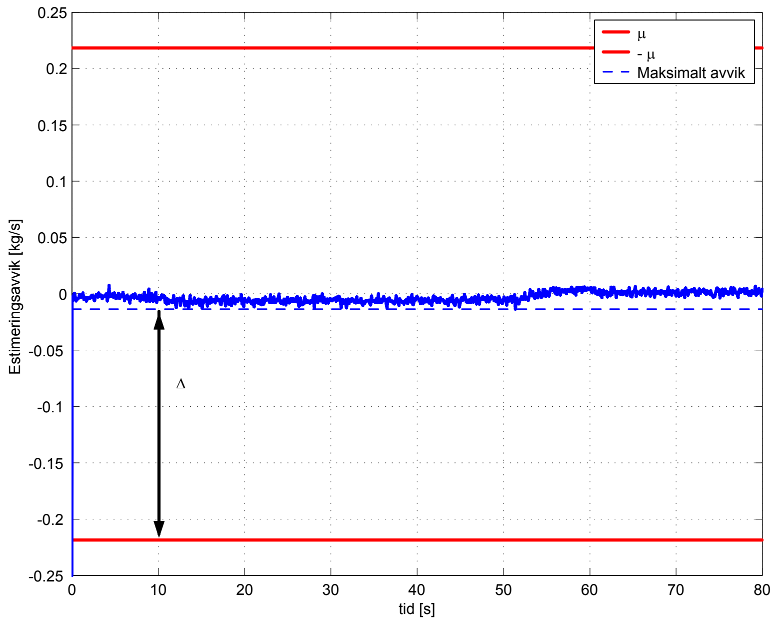
Samlet usikkerhet, k_δ :

$$\begin{aligned}k_\delta &\geq ||\delta_f||_\infty = ||\frac{A_1}{L_c}(\delta_p - \delta_{p02}) + k_{\tilde{m}}\delta m_t||_\infty\\ &\geq \frac{0.00956}{1.8} \cdot 2 \cdot (1020 + 1250) + 212.44 \cdot \sqrt{1020 + 1250}\\ &\geq 46.38\end{aligned}$$

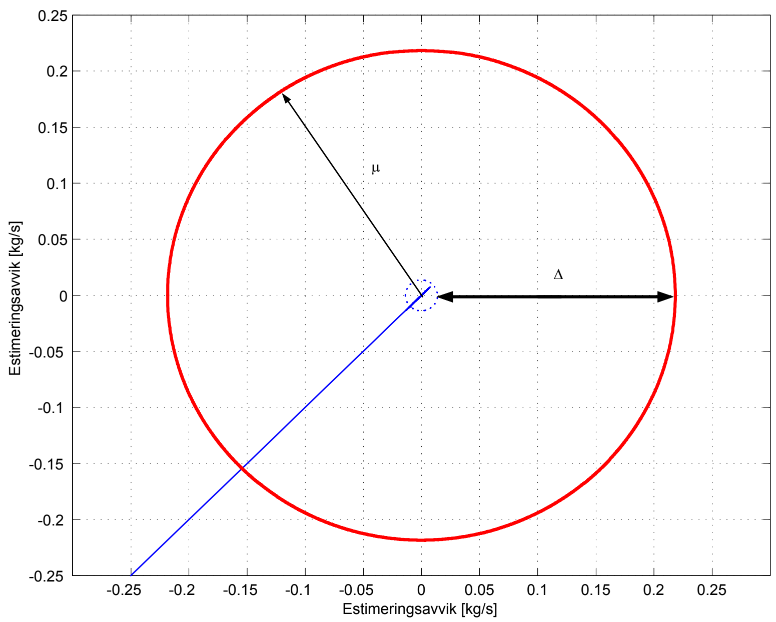
Radiusen som estimeringsavviket skal konvergere til:

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{k_\delta}{k_{\tilde{m}}}\\ &= \frac{46.38}{212.44}\\ &= 0.2183\end{aligned}$$

Figur 8.8 og Figur 8.9 viser at estimeringsavviket konvergerer til den gitte grensen, μ, med god margin, $\Delta \approx 0.94\mu$.

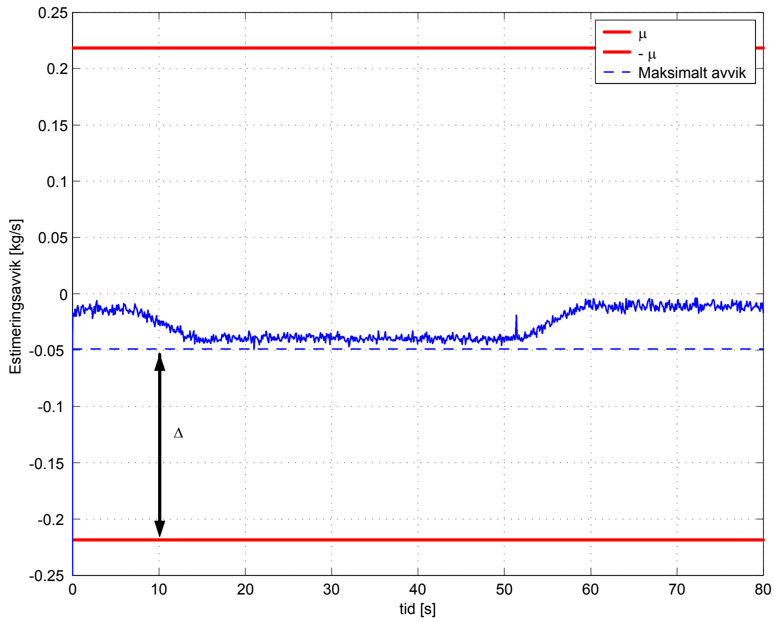


Figur 8.8: Estimeringsavvik for estimator (6.24), tillatt avvik $\pm\mu$ fra null.

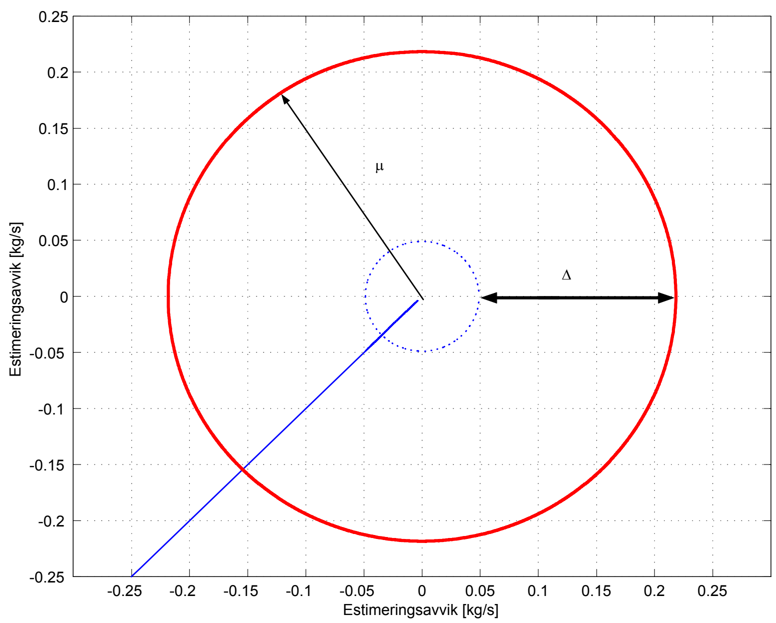


Figur 8.9: Estimeringsavvik for estimator (6.24), tillatt avvik radius μ.

Figur 8.10 og Figur 8.11 viser at estimeringsavviket konvergerer til den gitte grensen, μ. Marginen er mindre enn for estimator (6.24), $\Delta \approx 0.78\mu$.



Figur 8.10: Estimeringsavvik for estimator (5.14), tillatt avvik $\pm\mu$ fra null

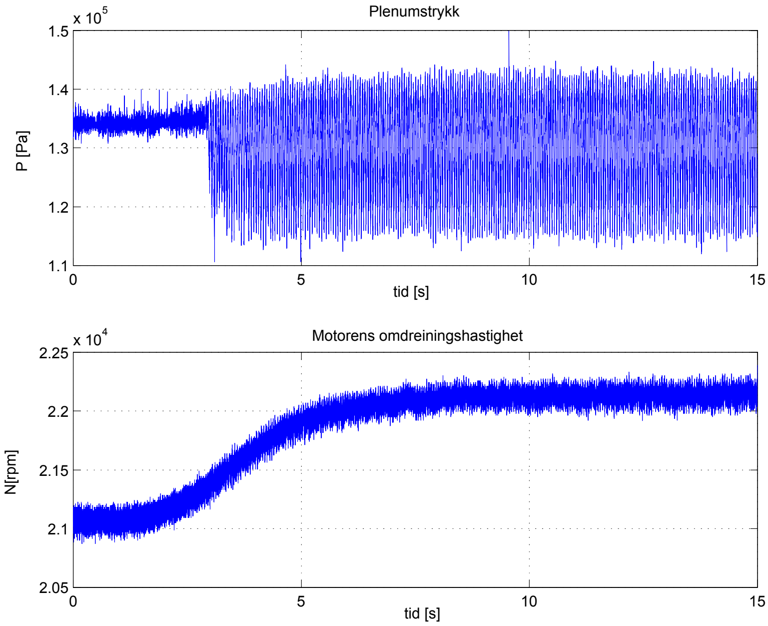


Figur 8.11: Estimeringsavvik for estimator (5.14), tillatt avvik radius μ

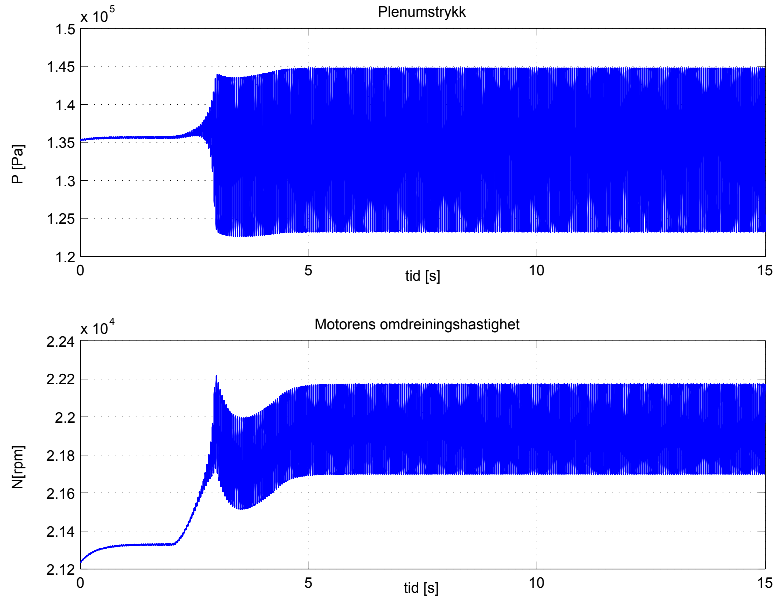
8.3 Eksperiment i det ustabile området

I dette forsøket opererer kompressoren først i et arbeidspunkt til høyre for surgelinjen, etter $t = 2\ s$ forskyves arbeidspunktet til ustabile området. Det foreligger ikke måling av massestrøm i dette forsøket. Estimert massestrøm sammenlignes i stedet med simulerte verdier, Figur 8.5 viser at avviket mellom virkelig og simulert massestrøm er relativt lite.

Kompressoren opererer først i et stabilt likevektspunkt nær surgelinjen, $[p_{0_1},\ \hat{m}_{0_1},\ \omega_{0_1}]^T \approx [1.33 \cdot 10^5,\ 0.21,\ 2304]^T$. Etter $t = 2\ s$ endres pådraget til avblåsningsventilen slik at arbeidspunktet forskyves til venstre for surgelinjen. Pådragsendringen tilsvarer at k_t endres fra $k_t = 0.001178$ til $k_t = 0.000978$ med stigningstall som tilsvarer den virkelige endringen i avblåsningsventilens åpning. Figur 8.12 og Figur 8.13 viser plott av henholdsvis virkelig og simulert tilstandsforløp. Fra figurene kan det sees det er et avvik mellom virkelig og simulert plenumstrykk og rotasjonshastighet, dette er i samsvar med forsøkene fra det stabile området, se Figur 8.5.

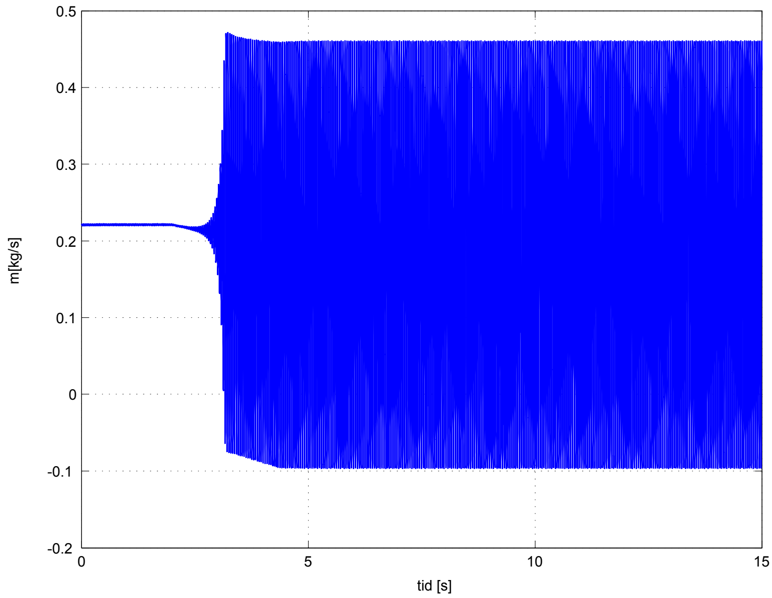


Figur 8.12: Målt plenumstrykk og rotasjonshastighet

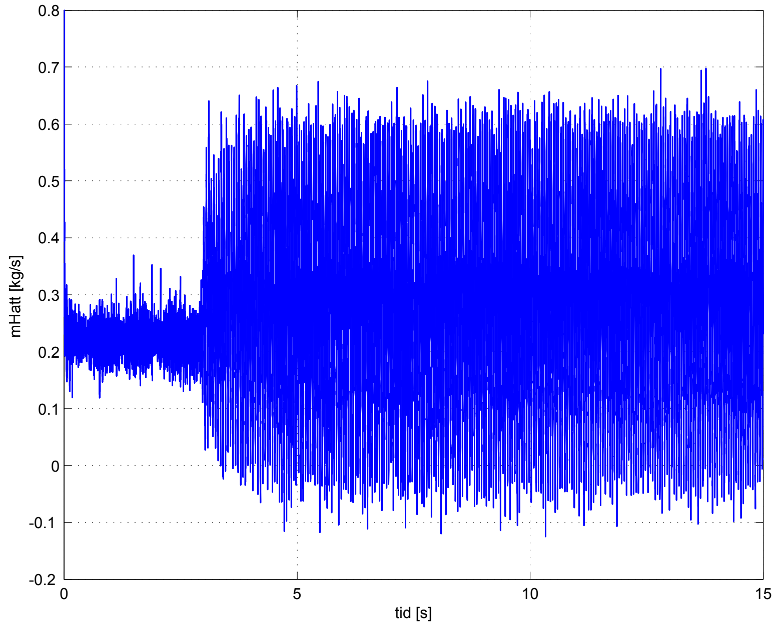


Figur 8.13: Simulert plenumstrykk og rotasjonshastighet

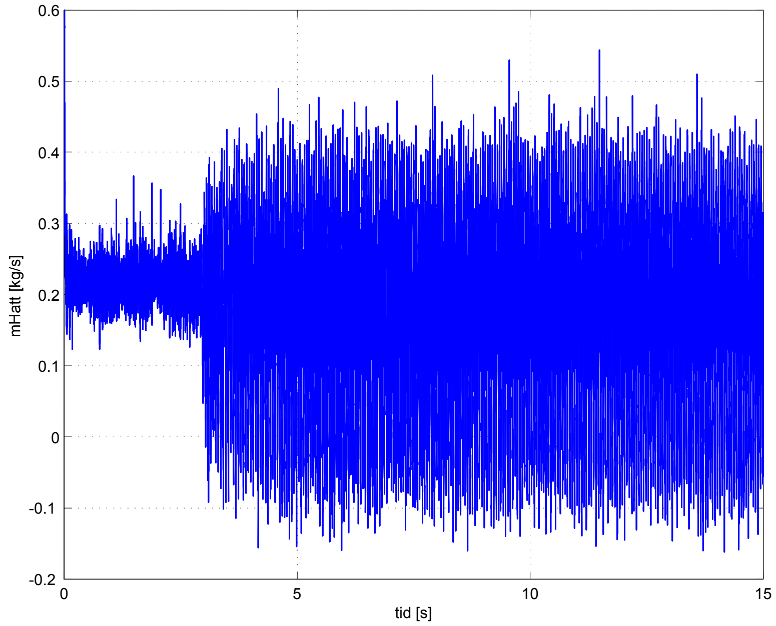
Figur 8.14 til Figur 8.16 viser plott av simulert og estimert massestrøm. Som i forsøket fra det stabile området er estimeringsavviket større for estimator (5.14) enn for estimator (6.24). Dette skyldes sannsynligvis avviket mellom virkelig og beregnet kompressorkarakteristikk.



Figur 8.14: Simulert massestrøm

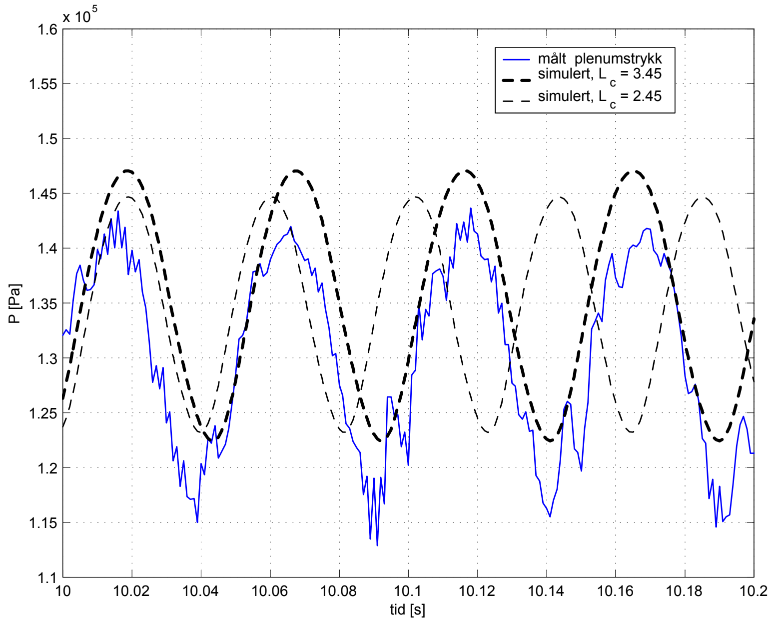


Figur 8.15: Estimert massestrøm med estimator (5.14)



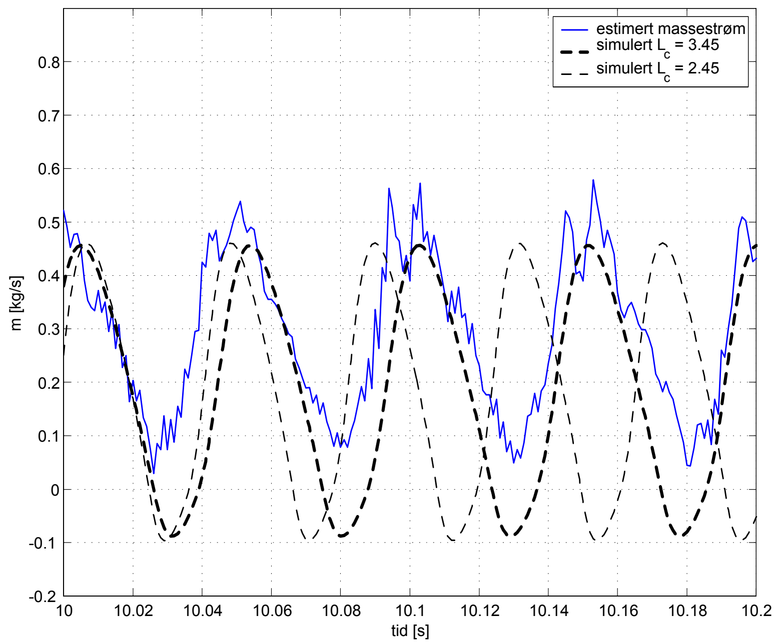
Figur 8.16: Estimert massestrøm med estimator (6.24)

Ved nærmere ettersyn viser det seg at det er et avvik mellom virkelig og simulert surgefrekvens. Avviket skyldes usikkerheten forbundet med parameteren L_c. Den virkelige surgefrekvensen er 20 Hz mens surgefrekvens for simulering, med parameterverdier fra [9], er 25 Hz. For å sikre at riktig verdi av L_c blir benyttet i estimatordynamikken sammenlignes målt og simulert plenumstrykk med forskjellige verdier av L_c. Ved å endre parameterverdien fra $L_c = 2.45$ til $L_c = 2.45$ blir den simulerte surgefrekvensen mer lik den virkelige, se Figur 8.17.

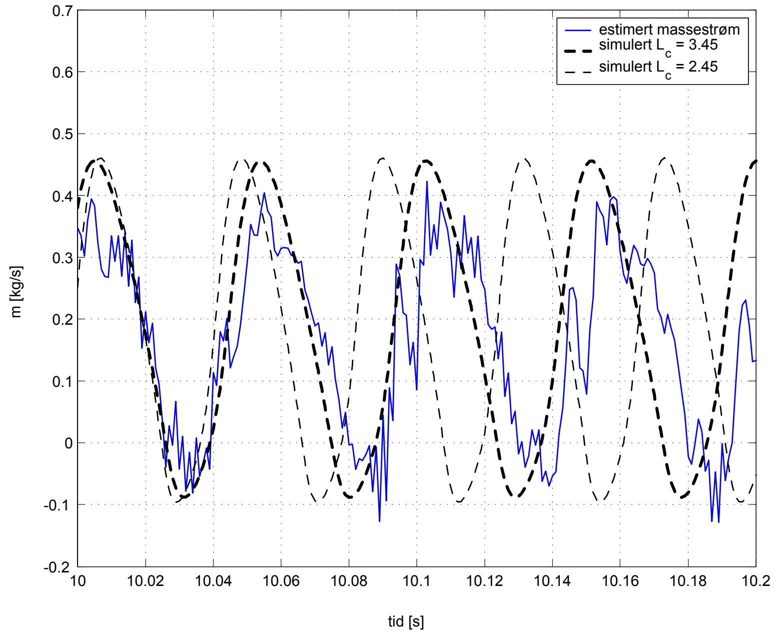


Figur 8.17: Målt og simulert plenumstrykk med forskjellige verdier av L_c

Figur 8.18 og Figur 8.19 viser plott av estimert og simulert massestrøm for henholdsvis estimator (5.14) og estimator (6.24). Som figurene viser blir også surgefrekvensen for estimert og simulert massestrøm lik ved å endre parameterverdien fra $L_c = 2.45$ til $L_c = 2.45$. Figur 8.18 viser at simuleringen går i dyp surge mens estimator (5.14) estimerer mild surge. Både simulert og estimert massestrøm tilsier dyp surge når estimator (6.24) benyttes, som vist i Figur 8.19.



Figur 8.18: Estimert massestrøm med estimator (5.14)



Figur 8.19: Estimert massestrøm med estimator (6.24)

Kapittel 9

Konklusjon og videre arbeid

Simuleringene viste at kompressorsystemet forble stabilt selv om likevektspunktet ble drevet til venstre for surgelinjen da *regulering med tett koblet ventil* og *regulering med drivmoment* ble benyttet. Systemet forble stabilt også da estimert massestrøm ble benyttet i tilbakekoblingen. Estimeringsavviket konvergerte mot null ved simulering utført under ideelle forhold. Da målingene av utløps- og plenumstrykk ble eksitert med prosess- og målstøy samt måleusikkerhet, konvergerte estimeringsavviket mot og holdt seg innenfor grensene fra robusthets- analysen med god margin. Ved regulering med drivmoment kunne det ikke benyttes samme integrasjonsmetode som ved regulering med tett koblet ventil. Som videre arbeid foreslås det å se på hvilke integrasjonsmetoder som egner seg for systemet.

Simulering med eksperimentelle resultater viste at estimert massestrøm for begge estimatorene konvergerte mot den målte massestrømmen. For estimatoren hvor kompressorkarakteristikken inngår i estimatordynamikken var det et lite stasjonæravvik. Dette skyldes at beregnet kompressorkarakteristikk avviker fra den virkelige. Estimeringsavviket for begge estimatorene holdt seg imidlertid innenfor grensene fra robusthetsanalysen med god margin. Forsøket fra det ustabile området viste at estimatorene simulerte surge. Fra dette forsøket forelå det ikke målinger av massestrøm, estimert massestrøm ble i stedet sammenlignet med simulert verdi. For at simulert surgefrekvens skulle samsvare med den virkelige måtte verdien til parameteren L_c endres. Da det er forbundet usikkerhet med flere parametere i kompressorsystemet foreslås det å se på muligheter for å benytte adaptiv regulering og/eller parameteridentifisering i forbindelse med aktiv regulering av surge.

Bibliografi

[1] E. Ignatowitz. *Prosesskjemi, anlegg og utstyr.* Yrkesopplæring, 1984

[2] O. Egeland and J. T. Gravdahl. *Modeling and Simulation for Automatic Control.* Marine Cybernetics, 2002.

[3] E. M. Greizer. Surge and Rotating Stall in Axial Flow Compressors, part i: Theoretical compression system modell. Technical report, Journal of Engineering for Power, 98, 190-198, 1976.

[4] J. T. Gravdahl and O. Egeland. Active Surge Control of Centrifugal Compressor Using Drive Torque. *IEEE Conference on Decision and Control, 2001.*

[5] A. H. Epstein. 'Smart' engine components: *A micro in every blade. Aerospace America,* 1996.

[6] J. T. Gravdahl, O. Egeland and S. Vatland. Drive Torque Actuation in Active Surge Control of Centrifugal Compressors. *Accepted for publication as regular paper in Automatica*, April 2002.

[7] E. Panteley and A. Loria. Growth rate condition for uniform asymptotic stability of cascaded time-varying systems. *Automatica,* 37:453-460, 2001. Brief Paper.

[8] J. T. Gravdahl, Frank Willems, B. de Jager and O. Egeland. Modeling for surge of compressors: comparison with expriment. *IEEE Conference on Decision and Control, 2000.*

[9] J. T. Gravdahl, F. Willems, B. de Jager, O. Egeland. Modelling of surge in free-spool centrifugal compressors: Experimental validation. Submitted to the AIAA journal of propulsion and power, revised April 1st 2003.

[10] H. v. Essen. Design of a laboratory gas turbine installation. Technische Universiteit Eindhoven. Department of Mechanical Engineering, 1995.

[11] H. K. Khalil. *Nonlinear Systems.* Prentice Hall, third edition, 2002.

[12] J. J. E. Slotine and W. Li. *Applied Nonlinear Control.* Prentice Hall,1991.

[13] J. T. Gravdahl and O. Egeland. *Compressor Surge and Rotating Stall: Modelling and Control.* Advances in Industrial Coontrol. Springer 1999.

[14] B. Bøhagen. Estimatordesign og aktiv regulering av surge for sentrifugalkompressorer. Norges Teknisk-Naturvitenskaplige Universitet, Institutt for teknisk kybernetikk, 2002.

[15] A. E. Nisenfield. Centrifugal Compressors: Principlpes of Operation and Control. Technical report, Instrument society of America, 1982.

[16] J. T. Gravdahl and O. Egeland. Centrifugal Compressor Surge and Speed Control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology,* 7(5),1999.

[17] F. Haugen. *Regulering av dynamiske systemer.* Tapir Forlag, 1996.

[18] C-T. Chen. *Linear System Theory and Design.* Oxford University Press, third edition, 1999.

Tillegg A

Stabilitetsteori

A.1 Generelle definisjoner

Definisjon A.1 *(Definition 4.2, [11])*
En funksjon $\alpha : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ *sies å tilhøre klasse* $\mathcal{K}$ *dersom den er strengt økende og* $\alpha(0) = 0$*. Den sies å tilhøre klasse* $\mathcal{K}_\infty$ *dersom* $a = \infty$ *og* $\alpha(r) \rightarrow \infty$ *når* $r \rightarrow \infty$*.*

■

Definisjon A.2 *(Definition 4.3, [11])*
En kontinuerlig funksjon $\beta : [0, \infty) \times [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ *sies å tilhøre klasse* $\mathcal{KL}$ *dersom, for enhver gitt* s*,* $\beta(r, s)$ *tilhører klassen* $\mathcal{K}$ *med hensyn på* r*, for enhver gitt* r*,* $\beta(r, s)$ *avtar med hensyn på* s *og* $\beta(r, s) \rightarrow 0$ *når* $s \rightarrow \infty$*.*

■

Definisjon A.3 *(Eksponentiell stabilitet)*
Likevektspunkt 0 *for system* $\dot{x} = f(x)$ *er eksponentielt stabilt hvis det eksisterer to positive konstanter* $\gamma_1,\ \gamma_2 > 0$ *slik at*

$$||x(t)|| \leq ||\gamma_1 x(t_0)|| e^{-\gamma_2 (t - t_0)} \quad \forall\ t > t_0$$

■

A.2 Stabilitetsteoremer

Teorem A.1 *(Theorem 3.3, [12])*
Anta at det finnes en skalar funksjon V til tilstanden x, som er kontinuerlig første ordens deriverbar slik at

- $V(x)$ *er positiv definitt*
- $\dot{V}(x)$ *er negativ definitt*
- $V(x) \to \infty$ *når* $||x|| \to \infty$

da er likevektspunktet i origo globalt asymptotisk stabilt.

■

Lemma A.1 *(Lemma 4.5, [11])*
Likevektspunktet $x = 0$ *til* $\dot{x} = f(t, x)$ *er*

- *uniformt stabilt hvis og bare hvis det eksisterer en klasse* $\mathcal{K}$ *funksjon* α *og en positiv konstant* c*, uavhengig av* t_0*, slik at*

$$||x(t)|| \ \le \alpha(||x(t_0)|| \ ), \quad \forall \ t \ge t_0 \ge 0, \quad \forall \ ||x(t_0)|| \ < c$$

- *uniformt asymptotisk stabilt hvis og bare hvis det eksisterer en klasse* $\mathcal{KL}$ *funksjon* β *en positiv konstant* c*, uavhengig av* t_0*, slik at*

$$||x(t)|| \ \le \beta(||x(t_0)||, t - t_0), \quad \forall \ t \ge t_0 \ge 0, \quad \forall \ ||x(t_0)|| \ < c \qquad \text{(A.1)}$$

- *globalt uniformt asymptotisk stabilt hvis og bare hvis A.1 gjelder for enhver initialtilstand* $x(t_0)$*.*

■

Teorem A.2 *(Theorem 4.18, [11])*
La $\mathcal{D} \subset \mathcal{R}^n$ være en definisjonsmengde som inneholder origo og $V : [0,\infty) \times \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{R}$ være en kontinuerlig deriverbar funksjon slik at

$$\begin{aligned} \alpha_1(||x||) &\leq V(t,x) \leq \alpha_2(||x||) && \text{(A.2)} \\ \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} f(t,x) &\leq -W_3(x), \quad \forall\ ||x|| \geq \mu \geq 0 && \text{(A.3)} \end{aligned}$$

$\forall\ t \geq 0$ og $\forall\ x \in D$, hvor α_1 og α_2 er klasse $\mathcal{K}$ funksjoner og $W_3(x)$ er en positiv definitt funksjon. Gitt $r > 0$ slik at $B_r \subset D$ og anta at

$$\mu < \alpha_2^{-1}(\alpha_1(r)) \tag{A.4}$$

Da eksisterer det en klasse $\mathcal{KL}$ funksjon β og for enhver initialtilstand som tilfredsstiller $||x(t_0)|| \leq \alpha_2^{-1}(\alpha_1(r))$ finnes det en $T \geq 0$ (avhengig av $x(t_0)$ og μ) slik at løsningen til $\dot{x} = f(t,x)$ tilfredsstiller

$$\begin{aligned} ||x(t)|| &\leq \beta(||x(t_0)||, t - t_0), \quad \forall\ t_0 \leq t \leq t_0 + T && \text{(A.5)} \\ ||x(t)|| &\leq \alpha_2^{-1}(\alpha_1(r)), \quad \forall\ t \leq t_0 + T && \text{(A.6)} \end{aligned}$$

Dersom $\mathcal{D} = \mathcal{R}^n$ og α_1 tilhører klassen $\mathcal{K}_\infty$ da gjelder (A.5) og (A.6) for enhver initialtilstand $x(t_0)$ uten begrensninger på hvor stor μ er.

■